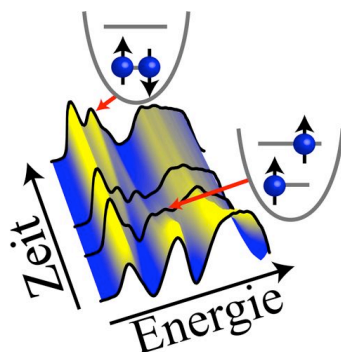


**Elektrische Präparation und Detektion
von Vielteilchen-Zuständen
in selbstorganisierten Quantenpunkten**



Von der Fakultät für Physik der Universität Duisburg-Essen
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften genehmigte

Dissertation

von

Bastian Marquardt

geboren in Dinslaken

Tag der mündlichen Prüfung: 19. August 2011

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr. P. Kratzer

Erstgutachter: Prof. Dr. A. Lorke

Zweitgutachter: Prof. Dr. H. Nienhaus

Externer Gutachter: Prof. Dr. T. Heinzel

Beisitzer: Prof. Dr. M. Horn von Hoegen

Für Hendrik.

ZUSAMMENFASSUNG

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Kopplung zwischen nulldimensionalen selbstorganisierten Quantenpunkten und einem zweidimensionalen Loch- bzw. Elektronengas. Diese Kopplung zweier niedrigdimensionaler Nanostrukturen hat es erstmals ermöglicht, direkt die elektronische Tunneldynamik zwischen Quantenpunkten und einem 2D Ladungsträgersystem in einem zeitaufgelösten Experiment zu untersuchen.

Die untersuchten nulldimensionalen Ladungssysteme wurden in eine epitaktisch gewachsene Transistor-Struktur eingebettet. Diese selbstorganisierten Indiumarsenid Quantenpunkte sind über eine isolierende Tunnelbarriere mit dem zweidimensionalen Elektronengas verbunden. So ist es möglich, gezielt einen Beladungszustand in den Quantenpunkten zu präparieren und durch eine Leitfähigkeitsmessung am 2D System zu detektieren.

Auf Basis dieser zeitaufgelösten Messung wurde ein *elektrisches* Pump & Probe Experiment entwickelt, welches erlaubt, angeregte Vielteilchen-Spinzustände in selbstorganisierten Quantenpunkten zu präparieren und deren zeitliche Entwicklung zu erfassen. So konnte das elektronische Beladen der Quantenpunkte vom leeren bis zum vollständig gefüllten Quantenpunkt in der Zeitdomäne beobachtet werden.

Die in dieser Arbeit konzipierte zeitaufgelöste Transportspektroskopie erlaubt neben der Untersuchung von Vielteilchen-Grundzuständen auch die Untersuchung von angeregten Vielteilchen-Zuständen mit einer *wohldefinierten* Anzahl von Ladungsträgern. Diese Möglichkeit bestand bisher nur bei lithografisch definierten Quantenpunkten und gilt als Voraussetzung für den Einsatz dieser Systeme in der Quanteninformationsverarbeitung. Es konnten die Anregungsspektren von drei Quantenpunkt-„Elementen“ (Quantenpunkt-Wasserstoff, -Helium und -Lithium) in einem vollständig elektrischen Experiment gemessen und mit theoretischen Rechnungen verglichen werden. Insbesondere konnten quantenmechanische Nichtgleichgewichts-Spinzustände erstmals bis Temperaturen von über 30 K kontrolliert erzeugt werden; eine Temperatur, die mehr als zwei Größenordnung oberhalb der bisher erzielten Werte für lithografische Quantenpunkte liegt (etwa 100 mK).

Basierend auf dieser neuen Methode der zeitaufgelösten Transportspektroskopie gelang es, Transportparameter des zweidimensionalen Elektronensystems wie Ladungsträgerdichte und Beweglichkeit separat voneinander zeitaufgelöst zu bestimmen. Es konnten Untersuchungen durchgeführt werden, die eindeutig den Einfluss der einzelnen Ladezustände der Quantenpunkte auf die Transportparameter des 2D Elektronengases, wie die Ladungsträgerkonzentration und Beweglichkeit, in einer zeitaufgelösten Messung quantifizieren konnten.

ABSTRACT

Within the present thesis, the coupling between an ensemble of zero dimensional, self-assembled quantum dots and a nearby two-dimensional electron gas is investigated. The electrical coupling enables studying the electron tunneling dynamics between these low dimensional nanostructures in the time domain, using a novel transport spectroscopy technique.

To obtain electrical access to the zero dimensional electron systems, the quantum dots are embedded in an epitaxially grown transistor structure and coupled to a two dimensional electron gas through an insulating tunneling barrier. By a well-defined gate voltage, it is possible to inject a defined number of electrons from the two dimensional electron gas into the quantum dots. The occupation level of the dots can be simultaneously read out time-resolved by recording the conductivity of the two dimensional electron system.

Based on this time-resolved transport spectroscopy, a *Pump & Probe* operation allows it to prepare and detect non-equilibrium many-particle states in self-assembled quantum dots and their time evolution by all-electrical means. The filling of the quantum dots with electrons from the empty to the fully occupied dots is recorded in real-time.

The time-resolved transport spectroscopy enables the investigation of many-particle ground states as well as non-equilibrium many-particle spin states with a defined number of charge carriers. In the past this has only been realized in lithographically defined quantum dots. An all-electrical control of excited spin states is highly desirable for the implementation of such systems in visionary quantum information processing devices. The excitation spectra of three quantum dot ‘elements’ (quantum dot hydrogen, helium and lithium) could be measured in an all-electrical experiment and compared with calculations. In particular, non-equilibrium electron spin states have been prepared and investigated up to temperatures of above 30 K; two orders of magnitude higher than the operation temperature of lithographically defined quantum dots (about 100 mK).

Based on the 0D/2D system coupling, the time-resolved transport spectroscopy has been further developed during this thesis. The different transport parameters of the two dimensional electron gas, like its mobility and charge carrier density, were measured separately in the time domain. Hence, the influence of charged quantum dots on the conductivity of the two dimensional electron gas, which is given by its charge carrier density and mobility, has been quantified.

INHALTSVERZEICHNIS

1	Motivation	1
2	Halbleiter-Nanostrukturen	5
2.1	Zweidimensionale Ladungsträgersysteme – Quantenfilm	7
2.2	Nulldimensionale Ladungsträgersysteme – Quantenpunkte	12
3	Probendesign, Präparation & experimentelle Messmethoden	21
3.1	Probendesign	21
3.2	Probenpräparation	24
3.3	Experimentelle Messmethoden	26
3.3.1	Kapazitätsspektroskopie	26
3.3.2	Zeitaufgelöste Transportspektroskopie	28
4	Probencharakterisierung mittels Kapazitätsspektroskopie	35
4.1	Vielteilchen-Grundzustände	35
4.2	Tunneldynamik	37
5	Zeitaufgelöste Transportspektroskopie von Vielteilchen-Zuständen	41
5.1	Untersuchung von Vielteilchen-Zuständen im Gleichgewicht	46
5.1.1	Elektrische Spektroskopie von Vielteilchen-Zuständen	46
5.1.2	Transporteigenschaften des 2DEGs unter Einfluß geladener Quantenpunkte	49
5.1.3	Hysteresemessungen	57
5.2	Untersuchung von Vielteilchen-Zuständen im Nichtgleichgewicht	63
5.2.1	Elektrische Spektroskopie von Quantenpunkt-Wasserstoff, -Helium und -Lithium	64
5.2.2	Zeitliche Entwicklung des Quantenpunkt-Helium Spektrums	73
5.2.3	Temperaturabhängigkeit des Quantenpunkt-Helium Spektrums	77

Inhaltsverzeichnis

6 Zusammenfassung & Ausblick	81
A Probenparameter	87
B Eigene Publikationen	93

KAPITEL 1

MOTIVATION

UNSERE ALLTÄGLICHE Erfahrungswelt ist makroskopisch und kann mit den Gesetzen der klassischen Physik beschrieben werden, welche u. a. von *Isaak Newton* [Newton, 1687] im 17. Jahrhundert entwickelt worden sind. Die klassische Physik konnte in den folgenden Jahrhunderten viele naturwissenschaftliche Phänomene erfolgreich beschreiben und wurde daher als allgemein gültig angenommen. Die Verwunderung war groß als die ersten Experimente durchgeführt wurden, die nicht mit klassischen Theorien beschrieben werden konnten. Als Beispiel kann hier die Untersuchung der Schwarzkörperstrahlung genannt werden, dessen spektrale Energieverteilung nicht mit den zu dieser Zeit anerkannten Theorien erklärt werden konnte. *Max Planck* griff Anfang des letzten Jahrhunderts die heuristische Idee einer Energiequantelung auf, um dieses Problem zu lösen. Die erfolgreiche Herleitung¹ [Planck, 1900] der nach ihm benannten Strahlungsformel war die Geburtsstunde der *modernen* Physik. Die Erkenntnis, dass ein System nicht jede beliebige Energie aufnehmen bzw. abgeben kann, war zu dieser Zeit so revolutionär, dass selbst Max Planck noch Jahre später erfolglos versucht hatte, die Strahlungsformel mit klassischen Ansätzen zu berechnen.

Auf Basis dieser fundamentalen Erkenntnis wurde das Gesamtkonzept der Quantenmechanik² entwickelt, welche die Grundlage für viele Teilbereiche der Physik bildet, so z. B. für die Elementarteilchen-, Atom- und Festkörperphysik. Sie erlaubt präzise Berechnungen von physikalischen Eigenschaften atomarer Systeme, aber auch die von makroskopisch großen periodischen Systemen wie die eines Festkörpers. Die Beschreibung sowohl des Aufbaus der Atome als auch die resultierenden elektronischen Eigenschaften waren die ersten großen Herausforderungen für die zu diesem Zeitpunkt noch jungen Quantenmechanik. Diese löste sie mit großem Erfolg: Quantenmechanische Rechnungen konnten viele beobachtete Phänomene aus der Atomphysik vorhersagen, welche das semi-klassische *Bohrsche Atommodell*³ nicht konnte. Der quantenmechanische Erklärungsansatz des Welle-Teilchen Dualismus kann die

¹Nobelpreis: 1918, M. Planck

²Nobelpreis: 1932, W. Heisenberg; 1933, E. Schrödinger, P. Dirac; 1945, W. Pauli

³Nobelpreis: 1922, N. Bohr

physikalischen Eigenschaften eines in allen drei Bewegungsrichtungen eingeschränkten Ladungsträgers beschreiben. Aus der Wellennatur des Elektrons⁴ resultiert die Tatsache, dass Elektronen, welche auf Bereiche eingegrenzt werden, die kleiner sind als die elektronische de Broglie-Wellenlänge⁵, nur noch diskrete Zustände annehmen können. In einem Atom erzeugt das Coulomb-Potenzial des positiv geladenen Kerns ein attraktives Potenzial, welches die negativ geladenen Elektronen an den Kern binden lässt. Dies führt u. a. zu einer Quantisierung der elektronischen Energiezustände. Die Ursache für die Bewegungseinschränkung spielt für die physikalischen Eigenschaften des Systems keine Rolle. Es ist z. B. auch möglich Elektronen im Halbleiter durch interne oder externe elektrische Felder oder das Einstellen eines geeigneten Bandkantenverlaufs zu lokalisieren.

Die moderne Halbleitertechnologie mit ihrer Atomlagen-genauen Molekularstrahl-Epitaxie und hochauflösenden Lithografieverfahren ist heute in der Lage solche niedrigdimensionalen Elektronensysteme herzustellen. Werden Elektronen in eine Raumrichtung so stark eingeschränkt, dass in dieser Richtung nur der Grundzustand besetzt werden kann, spricht man von einem zweidimensionalen Elektronensystem. Dieses zweidimensionale Elektronensystem spielte in den etwa letzten vier Jahrzehnten sowohl aus grundlagenphysikalischer Perspektive als auch aus der Anwendungsperspektive eine wichtige Rolle. Grundlagenphysikalisch ist hier die Entdeckung des integralen und fraktionellen *Quanten-Hall Effekts*⁶ zu nennen, welcher das fundamentale Verständnis solcher niedrigdimensionalen Elektronensysteme erweitert hat [v. Klitzing, 1980; Tsui, 1982]. Die von *H. L. Störmer* entwickelte Modulationsdotierung erlaubt es, zweidimensionale Ladungsträgersysteme zu realisieren, deren Beweglichkeit um ein Vielfaches größer ist als die in herkömmlichen Feldeffekttransistoren auf Basis von Silizium. Auf Grundlage dieser Technik sind die sogenannten *High Electron Mobility Transistors* (HEMT) entwickelt worden, welche auch für Hochfrequenz-Operationen (> 600 GHz) geeignet sind. Auf Eigenschaften dieser zweidimensionalen Elektronensysteme basiert ein Großteil der heute eingesetzten Bauelemente aus der Informationstechnologie [Ando, 1982].

Elektronengase lassen sich durch lithografische Techniken derart einschränken, dass Quantisierungseffekte auftreten. So konnten an einem Quantenpunktkontakt die für den eindimensionalen ballistischen Transport charakteristischen Leitfähigkeitsstufen gemessen werden [van Wees, 1988]. Gekoppelte Quantenbauelemente aus einem eindimensionalen und nulldimensionalen Elektronensystem (sog. Quantenpunkte) haben sich als sehr empfindliche Elektrometer erwiesen [Field, 1993], mit welchen Einzel-Elektronenprozesse gemessen werden können. In Quantenpunkten sind die Ladungsträger nicht mehr in der Lage sich in einer beliebigen Raumrichtung frei zu bewegen, was u. a. zu einer Ausbildung von quantisierten Energiezuständen führt. Sie werden daher in der Literatur auch als „künstliche Atome“ bezeichnet. Solche

⁴Nobelpreis: 1929, L. de Broglie

⁵Etwas genauer gesagt, lassen sich in Elektronensystemen nur Quantisierungseffekte beobachten, wenn deren Quantisierungs-Energie auch größer ist als die thermische Energie.

⁶Nobelpreis: 1985, K. v. Klitzing; 1998, H. L. Störmer, R. B. Laughlin und D. C. Tsui

nulldimensionalen Systeme können in einem 2D Elektronengas elektrostatisch über Oberflächenelektroden erzeugt werden [Lorke, 1990]. Diese lithografischen Quantenpunkte sind in den beiden letzten Jahrzehnten mit sehr großem Erfolg untersucht worden. Besonders hervorzuheben sind die Arbeiten über die Injektion und das Auslesen von einzelnen Elektronen in Quantenpunkten [Elzerman, 2004; Gustavsson, 2006a]. An einem System, bestehend aus zwei gekoppelten Quantenpunkten, konnten Elektronenzustände im Nichtgleichgewicht erzeugt und manipuliert werden [Petta, 2005]. So ist es gelungen, elektronische Zustände in Quantenpunkten innerhalb ihrer Kohärenzzeit kontrolliert zu überlagern und auszulesen [Koppens, 2006]. Solche verschränkten Superpositionen zweier Zustände erlauben die Realisierung von quantenmechanischen Informationseinheiten (sog. Qubits), welche Grundbausteine eines visionären Quantencomputers darstellen [Loss und DiVincenzo, 1998; Ladd, 2010].

Die Quantisierungsenergien von elektrostatisch definierten Quantenpunkten sind in der Größenordnung von einem Millielektronenvolt. Dies hat zur Folge, dass Experimente in einer sehr kalten Umgebung durchgeführt werden müssen, die nur mit großem experimentellen Aufwand erreicht werden können (< 100 mK). Für eine zukünftige kommerzielle Anwendung solcher Systeme sind diese Temperaturen nicht geeignet. Zudem stoßen beim Schreiben einer Vielzahl dieser nanoskaligen Strukturen die Lithografieverfahren sowohl in der Schreibdauer als auch in der lateralen Schreibauflösung an ihre Grenzen. Abhilfe kann hier die Verwendung von epitaktisch gewachsenen Quantenpunkten schaffen. Beim Aufwachsen von Indiumarsenid (InAs) auf Galliumarsenid (GaAs) entstehen aufgrund ihrer unterschiedlichen Gitterkonstanten in einem selbstorganisierten Prozess tröpfchenförmige InAs Inseln [Leonard, 1993]. Aufgrund der kleineren Bandlücke von InAs lassen sich diese Inseln in einer GaAs Matrix als dreidimensionalen elektronischen Potenzialtopf beschreiben. Die Quantisierungs-Energien sind um einen Faktor 50 größer als bei elektrisch definierten Quantenpunkten, was die Untersuchung bei höheren Temperaturen ermöglicht (> 4 K) [Drexler, 1994; Nowozin, 2011].

Auf Basis dieser selbstorganisierten Quantenpunkte sind in den letzten Jahren viele Anwendungsmöglichkeiten demonstriert und realisiert worden. Zu nennen sind hier die Herstellung von Quantenpunkt-Laser [Kirstaedter, 1994] und die Realisierung von Speichermedien, welche die Ladung [Marent, 2009] oder auch den Spin der Elektronen [Kroustvar, 2004] in Quantenpunkten ausnutzen. Weiterhin wurden Einzel-Photonen Detektoren und Quellen [Yuan, 2002] hergestellt und kürzlich wurde sogar über eine Diode auf Basis selbstorganisierter Quantenpunkte berichtet, welche einzelne verschränkte Photonenpaare emittiert [Salter, 2010].

Als Zwei-Niveau System betrachtet eignen sich epitaktisch gewachsene Quantenpunkte zudem für die Realisierung von Qubits [Loss und DiVincenzo, 1998]. Grundlegende Experimente hierfür wurden bisher aber nur in optischen Messungen durchgeführt. So konnten angeregte Vielteilchen-Spinzustände erzeugt [Warburton, 2000], Spinrelaxations- [Kroustvar, 2004], Spindephasierungsprozesse [Greilich, 2006] und die Manipulation von exzitonischen Qubits [Michaelis de Vasconcellos, 2010] untersucht werden. Das Implementieren von optischen Kom-

ponenten in die bestehende elektrisch basierte Computertechnologie ist aber mit einem erheblichen technologischen Mehraufwand verbunden. Aus diesem Grund ist ein vollständig elektrisches Experiment von großem technologischen Interesse.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine neuartige Messtechnik entwickelt, welche es erlaubt Vielteilchen-Spinzustände in selbstorganisierten InAs Quantenpunkte *vollständig elektrisch* zu präparieren und zu detektieren [Marquardt, 2011a,b,c]. Als Elektronenreservoir und gleichzeitig als Detektor dient hierbei ein zweidimensionales Elektronengas, welches mit einem Ensemble von selbstorganisierten Quantenpunkten koppelt [Marquardt, 2009]. Insbesondere konnten Nichtgleichgewichts-Spinzustände in 0D-Systemen erstmals bis Temperaturen von über 30 K kontrolliert erzeugt und untersucht werden; eine Temperatur, die mehr als zwei Größenordnungen oberhalb der bisher erzielten Werte für lithografische Quantenpunkte liegt.

Die Ergebnisse dieser Arbeit sind ein Schritt in Richtung der rein elektrischen Realisierung von Spin-Qubits auch bei hohen Temperaturen, auf Basis von selbstorganisierten Quantenpunkten.

KAPITEL 2

HALBLEITER-NANOSTRUKTUREN

Dieses Kapitel beschreibt einführend das epitaktische Wachstum, die elektronische Struktur und die physikalischen Eigenschaften von Nanostrukturen auf Basis von Halbleiter-Heterostrukturen. Die Untersuchung der elektrischen Wechselwirkung zwischen niederdimensionalen Elektronensystemen ist Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

Die moderne Molekularstrahl-Epitaxie (MBE¹) [Cho, 1975] ist heute in der Lage verschiedene Materialien mit atomarer Präzision kristallin abzuscheiden. Ende der 60er Jahre des letzten Jahrhunderts wurde dieses MBE-Wachstum von *Alfred Cho* an den Bell Labs entwickelt, und kurz darauf sind erste Ideen für neuartige Bauelemente auf Basis von epitaktisch gewachsenen Halbleiter-Heterostrukturen postuliert und realisiert worden [Esaki, 1970; Chang, 1974]. Werden Halbleitermaterialien mit unterschiedlichen Bandlücken epitaktisch aufeinander gewachsen, so entstehen an ihren Grenzflächen Diskontinuitäten im Leitungs- und Valenzband. Die experimentelle Möglichkeit Potenziallandschaften für Elektronen bzw. Löcher nahezu beliebig einzustellen war, ist und bleibt ein faszinierender Gedanke, welcher die Kreativität der Physiker bis heute herausfordert, um Bauelemente mit neuartigen Eigenschaften herzustellen. In Abbildung 2.1 sind die wichtigen III-V Verbindungshalbleiter bezüglich ihrer Bandlücke

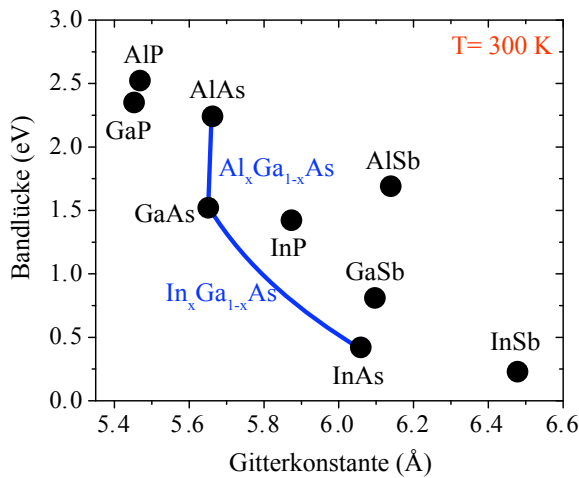


Abbildung 2.1: Bandlücke und Gitterkonstante von III-V Verbindungshalbleitern (ohne Nitride) mit Zinkblendestruktur. Die Linien beschreiben die ternären Verbindungen ($\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ und $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$), welche für diese Arbeit relevant sind für $T = 300 \text{ K}$. [Vurgaftman, 2001].

¹engl.: molecular beam epitaxy.

und Gitterkonstante aufgetragen. Neben der Bandlücke spielt im epitaktischen Wachstum die Gitterkonstanten der beteiligten Materialien eine wichtige Rolle. Die Gitterfehlانpassung ist u. a. ein bestimmendes Kriterium in welchem Wachstumsmodus die beiden Materialien aufwachsen.

Es werden insgesamt drei Wachstumsmodi unterschieden, die in Abbildung 2.2 schematisch gezeigt sind. Der jeweilige Wachstumsmodus wird durch die Energiebilanz der konkurrierenden Oberflächen-, Grenzflächen- und Verspannungsenergien bestimmt. Verbindungshalbleiter mit geringer Gitterfehlانpassung bevorzugen das homogene versetzungsfreie Wachstum. Als wichtiges Beispiel ist hier das Aufwachsen des ternären Verbindungshalbleiter $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ auf ein GaAs Substrat zu nennen. Diese beiden halbleitenden Materialien mit fast identischer Gitterkonstante (siehe Abb. 2.1) scheiden sich im reinen Lagenwachstum des Frank-van-der-Merwe-Modus [Frank, 1946] ab (siehe Abb. 2.2(a)). Über den Aluminium-Anteil x im ternären Halbleiter

kann die Banddiskontinuität zwischen beiden Materialien beliebig eingestellt werden. An periodisch gewachsenen Strukturen (sog. Übergittern) aus dieser Materialkombination konnten z. B. künstlich hergestellte Bandstrukturen [Esaki, 1974] und das resonante Tunneln untersucht werden [Chang, 1974]. Insbesondere kann mit dieser Materialkombination ein elektronischer Einschluss erreicht werden, so dass die Ladungsträger sich nur noch in zwei Raumdimensionen frei bewegen können. Auf dieser Basis konnten vor 30 Jahren Arakawa [1982] *et al.* einen *Quantum-Well* Laser realisieren. Dieses sog. zweidimensionale Elektronengas ist für diese Arbeit von entscheidender Bedeutung.

Beim sog. Volmer-Weber-Wachstum [Volmer, 1946] wird die Substratoberfläche nicht vollständig mit dem abgeschiedenen Material bedeckt. Die auftreffenden Atome bevorzugen den energetisch günstigeren Platz auf der neu entstandenen Schicht. So bilden sich auf dem Substrat zufällig verteilte dreidimensionale Inseln (siehe Abb. 2.2(b)). Beim Abscheiden von metallischem Silber auf halbleitendem Germanium entstehen auf dieser Art kristalline, komplexe Nanostrukturen² [Aizawa, 2005].

Die dritte und letzte Wachstumsmöglichkeit wird Stranski-Krastanov-Modus [Stranski, 1939] genannt und spielt in dieser Arbeit eine bedeutende Rolle. Sie ist eine Kombination aus den beiden anderen Wachstumsmodi. Hier bildet sich zunächst eine zweidimensionale homogene Benetzungsschicht, welche das Substrat vollständig bedeckt³. In einem vollständig selbstorganisierten Prozess setzt ab einer kritischen Schichtdicke ein dreidimensionales Inselwachstum

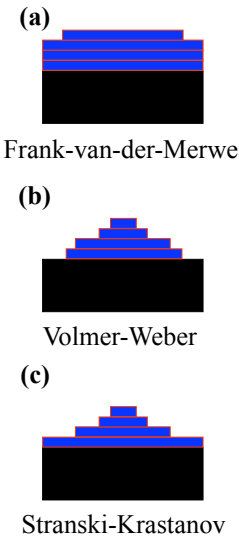


Abbildung 2.2.

²sog. Nano-Inkshuhs.

³engl.: wetting layer.

ein (siehe Abb. 2.2(c)). Das wichtigste und meist untersuchte Materialsystem, welches diese selbstorganisierten Nanostrukturen beim Wachstum ausbildet ist InAs auf GaAs. Da InAs eine kleinere Bandlücke als GaAs (siehe Abb. 2.1) aufweist, lassen sich diese dreidimensionalen InAs Nanostrukturen in einer GaAs Matrix als elektronischen Potenzialtopf beschreiben [Leonard, 1993]. Die typischen Dimensionen dieser verspannungsinduzierten Nanostrukturen betragen mehrere zehn Nanometer im lateralen Durchmesser und einige Nanometer in der Höhe. Die gewachsenen Strukturen sind vollständig versetzungsfrei und besitzen eine kleine Größendispersion [Bimberg, 1998]. Die Ausmaße der Nanostrukturen sind kleiner als die Fermi-Wellenlänge ($\lambda_F = \hbar/\sqrt{2m^*E_F}$) des Systems, was dazu führt, dass es für kleine Temperaturen in jeder Dimension zu einer vollständigen Energiequantisierung kommt. Daher werden solche Strukturen auch selbstorganisierte Quantenpunkte [Bimberg, 1998] oder künstliche Atome [Kastner, 1993] genannt.

Die elektrische Kopplung zwischen einem Ensemble von nulldimensionalen selbstorganisierter Quantenpunkten und einem zweidimensionalen Elektronengas bildet die Grundlage dieser Arbeit. Daher werden im Folgenden die fundamentalen Eigenschaften dieser beiden niederdimensionalen Elektronensysteme einführend behandelt.

2.1 Zweidimensionale Ladungsträgersysteme – Quantenfilm

Werden Ladungsträger räumlich in der Größenordnung der Fermi-Wellenlänge eingeschnürt, treten Quantisierungseffekte auf. Von einem zweidimensionalen Elektronengas (2DEG) oder auch Quantenfilm spricht man, wenn die Elektronenbewegung in *einer* Raumdimension so stark eingeschränkt ist, dass in dieser Richtung nur der Grundzustand besetzt werden kann, wohingegen die Bewegung in den verbleibenden beiden Raumrichtungen (quasi-)frei bleibt. Die physikalischen Eigenschaften solcher zweidimensionaler Systeme sind im Übersichtsartikel von Ando [1982] *et al.* sehr detailliert beschrieben worden. Die vorliegende Arbeit beschränkt sich hierbei auf die Beschreibung der fundamentalsten Eigenschaften des 2DEGs, welche eine Relevanz für die spätere Diskussion haben.

Systeme mit zweidimensionalen Eigenschaften lassen sich auf unterschiedlicher Weise realisieren: Es können sich zweidimensionale Elektronengase an der Oberfläche von suprafluidem Helium ausbilden [Cole, 1974] oder an den Grenzflächen zweier geeigneter Halbleiter [Sze, 2007]. 2DEGs finden sich aber auch in einer Monolage aus Kohlenstoff-Atomen (sog. Graphen) [Novoselov, 2004]. Graphen besitzt aufgrund seiner besonderen elektronischen Struktur zudem weitere sehr interessante und für neuartige Anwendungen hochattraktive Eigenschaften, welche in den Übersichtsartikeln von Geim [2007] *et al.* und Castro Neto [2009] *et al.* beschrieben sind.

Die ersten dimensionsreduzierten Elektronensysteme wurden in MOSFET⁴ Strukturen auf Basis von Silizium erzeugt, welche bis heute als wichtigstes Bauelement in der Informations-

⁴engl.: metal oxide semiconductor field effect transistor.

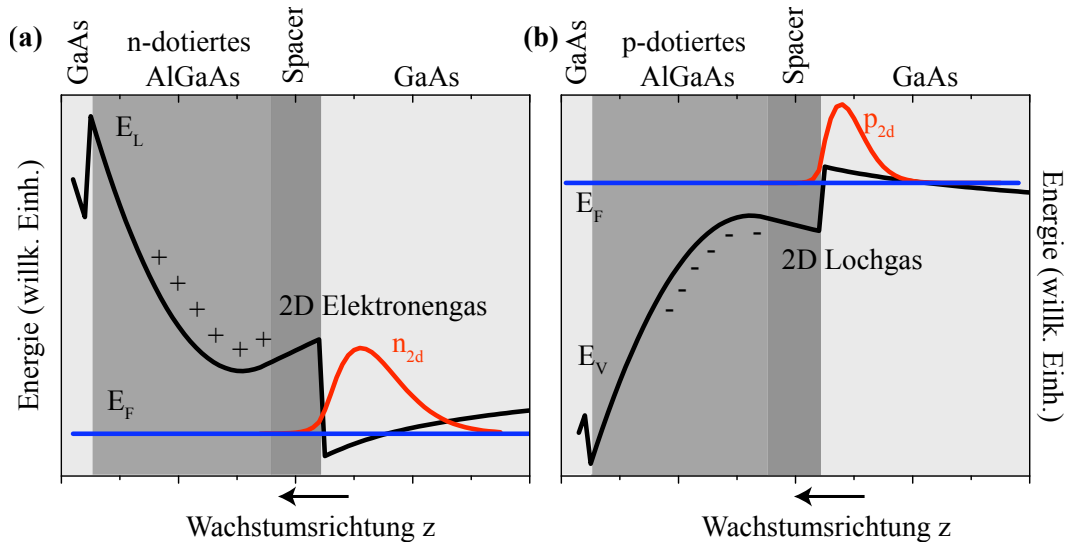


Abbildung 2.3.: Zwei gerechnete Bandkantenverläufe einer HEMT Struktur auf Basis von GaAs/AlGaAs, welche zur Ausbildung eines zweidimensionalen Elektronen- (a) bzw. Lochgases (b) führt.

verarbeitungs-Technologie gilt. In der Grundlagenforschung wurde dieses Bauelement aber durch HEMT⁵ Strukturen auf Basis von GaAs/AlGaAs verdrängt. Diese bieten den Vorteil der weitaus höheren Beweglichkeiten, was nicht nur durch die leichtere effektive Elektronenmasse zu erklären ist. Zudem sind die Grenzflächenstreupotenziale aufgrund des sehr homogenen epitaktischen Wachstums verhältnismäßig klein, was die Beweglichkeit des 2DEG steigert. Die Technik der Modulationsdotierung, welche die geladenen Donatoratome durch einen sog. Spacer vom 2DEG räumlich trennt, hat einen weiteren verstärkenden Einfluß auf die Beweglichkeit. So sind mit HEMT Bauelementen sehr schnelle Schaltzeiten möglich (> 600 GHz), was sie äußerst interessant als Anwendung im Bereich der Hochfrequenztechnik und Optoelektronik macht.

In Abbildung 2.3 ist ein maßgeschneiderter⁶ Bandkantenverlauf gezeigt, welcher an einer Halbleitergrenzfläche ein zweidimensionales Elektronen-(a) bzw. Lochgas (b) ausbildet. Es stellt eine typische Schichtfolge einer HEMT Struktur dar. Im Folgenden wird aus Übersichtsgründen nur der elektronische Fall beschrieben. Das Wachstum beginnt mit einer Pufferschicht aus GaAs, gefolgt von einer Schicht undotiertem AlGaAs. Dieser sog. Spacer soll die positiv geladenen Donatorrümpfe räumlich vom Elektronengas entfernen, um so deren Einfluss als Coulomb-Streuer auf die Elektronen zu minimieren. Danach wird eine Schicht von n-dotiertem (Silizium) AlGaAs gewachsen. Abschließend folgt eine dünne Schutzschicht aus undotiertem GaAs. Die nur leicht gebundenen Valenzelektronen der Donatoren aus dem AlGaAs diffundieren in das energetisch günstigere Potenzialminimum, welches in dieser Schichtfolge das GaAs

⁵engl.: high electron mobility transistor.

⁶Berechnet mit dem *1D Poisson Solver* von G. Snider.

darstellt. Dabei hinterlassen sie eine positive geladene Raumladungszone im AlGaAs, die zu einer parabolischen Krümmung der Bänder führt. Die Elektronen sammeln sich an der Grenzfläche AlGaAs/GaAs und verursachen dort aufgrund ihrer Ladung eine negative Krümmung des Leitungsbandes. In guter Näherung kann aber der Bandkantenverlauf an der Grenzfläche als elektronisches Dreieckspotenzial beschrieben werden (siehe Abb. 2.3).

Energiezustände & Wellenfunktionen

Um die Energieeigenwerte E dieses Systems quantitativ zu berechnen, muss die zeitunabhängige Schrödingergleichung gelöst werden, wobei die z -Komponente der Raumdimension die Wachstumsrichtung darstellt [Davies, 1998]:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*}\Delta + V(z)\right)\Psi(x, y, z) = E\Psi(x, y, z). \quad (2.1)$$

Der Parameter m^* beschreibt die näherungsweise isotrope effektive Masse der nicht miteinander wechselwirkenden Elektronen. Für GaAs beläuft sich dieser Wert auf $0.067m_0$, wobei m_0 die freie Elektronenmasse darstellt. Das Potenzial $V(z)$ wirkt ausschließlich auf die z -Komponente der Enveloppenwellenfunktion $\Psi(x, y, z)$, so dass die Bewegung in der xy -Ebene frei und bezüglich der Ortskomponenten entkoppelt ist. Mit dem harmonischen Wellenansatz

$$\Psi(x, y, z) = \Psi_n(z)e^{i(k_x x + k_y y)} \quad (2.2)$$

ist es möglich die Energieeigenwerte zu bestimmen und es folgt:

$$E(\vec{k}) = E_z^n + \frac{\hbar^2}{2m^*}(k_x^2 + k_y^2) \quad \text{mit} \quad n \in \mathbb{N}, \quad (2.3)$$

wobei die Komponenten des Wellenvektors, k_x und k_y , die (quasi-)freie Bewegung in der lateralen Ebene und E_z^n die quantisierten Energieniveaus in Wachstumsrichtung beschreiben. Der Index n stellt die Quantenzahl des Systems in z -Richtung dar.

Für den Fall, dass nur der Grundzustand in z Richtung besetzt ist, kann aus der Energiedispersion $E(\vec{k})$ (Gl. 2.3) sehr leicht auf die (energieunabhängige) Zustandsdichte D_{2d} des zweidimensionalen Elektronengases geschlossen werden [Ando, 1982].

Es folgt für die zweidimensionale Zustandsdichte:

$$D_{2d}(E) = \frac{g_s m^*}{2\pi\hbar^2} = \text{konst.}, \quad (2.4)$$

wobei die Spinentartung g_s den Wert 2 besitzt.

Die Energieunabhängigkeit der Zustandsdichte ist aber nur dann gewährleistet, wenn ausschließlich der Grundzustand besetzt ist. Daher ist an dieser Stelle eine Betrachtung der energetischen Subband-Abstände $\Delta E_z = E_z^1 - E_z^0$ sinnvoll. Dafür müssen wir zunächst die

Energieeigenwerte des Systems in z -Richtung quantitativ Quantenpunkt berechnen.

Der vorliegende Potenzialverlauf in Abbildung 2.3 am GaAs/AlGaAs Übergang kann als eine Dreiecksbarriere beschrieben werden. Unter Annahme eines dreieckigen Potenzialtopfs, welcher für $z < 0$ durch eine unendlich hohe Potenzialwand ($V(z) = \infty$) und für $z > 0$ durch ein linear ansteigendes Potenzial ($V(z) = eE_{\text{eff}}z$) begrenzt wird, erhält man eine Differentialgleichung, welche mit den bekannten Airy-Funktionen⁷ [Abramowitz et al., 1972] gelöst werden kann. Mit diesen Funktionen können in einem iterativen Verfahren die Energieeigenwerte E_z^n bestimmt werden. Wir erhalten nach Ando [1982] *et al.* näherungsweise folgende Lösungen für die Energieeigenwerte in z -Richtung:

$$E_z^n \sim \left[\frac{\hbar^2}{2m^*} \right]^{\frac{1}{3}} \left[\frac{3\pi e E_{\text{eff}}}{2} \left[n + \frac{3}{4} \right] \right]^{\frac{2}{3}} \quad \text{mit } n \in \mathbb{N}, \quad (2.5)$$

wobei E_{eff} das effektiv anliegende elektrische Feld am GaAs/AlGaAs Übergang darstellt. Mit Gl. 2.5 kann nun der energetische Abstand zwischen zwei Subbändern berechnet werden. So erhält man für das betrachtete AlGaAs/GaAs System eine Energiedifferenz $\Delta E_z = E_z^0 - E_z^1$ von etwa 60 meV [Russ, 2006]. Experimentelle Messungen solcher Subband-Abstände ergeben Werte von etwa 40 meV [Chang et al., 1994]. Die doch sehr einfache Näherung eines Dreieckspotenzials ergibt also eine erstaunlich gute Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten Werten.

Ein Subband-Abstand von etwa 40 meV gewährleistet eine nahezu reine Besetzung des Grundzustand auch bei Temperaturen bis 30 K, wie sie in der vorliegenden Arbeit erreicht werden ($\Delta E_z < k_B 30 \text{ K} \approx 2.5 \text{ meV}$).

Neben der thermischen Anregung der Ladungsträger in das angeregte zweite Subband muss auch die energetische Verbreiterung des Fermi-Niveaus ΔE_F

$$\Delta E_F = \frac{n_{2d} \pi \hbar^2}{m^*} \quad (2.6)$$

durch die endliche Ladungsträgerdichte n_{2d} des 2DEGs betrachtet werden. Die Fermi-Verbreiterung ΔE_F sollte kleiner sein als der Subband-Abstand ΔE_z .

Auch diese Bedingung ist erfüllt: Alle im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Proben haben kleinere Ladungsträgerdichten als 10^{16} m^{-2} ($\Delta E_F < 35 \text{ meV}$).

Nach dieser Energiebetrachtung kann sicher gestellt sein, dass die in dieser Arbeit gemessenen Proben über die betrachteten Energieskalen eine konstante 2D Zustandsdichte aufweisen. Die Ladungsträger befinden sich bei den betrachteten Temperaturen und Ladungsträgerdichten bezüglich der z -Raumrichtung zum größten Teil im Grundzustand.

⁷Airy-Funktionen sind Lösungen von Differentialgleichungen der Form: $\frac{d^2 \psi}{dz^2} = z \psi$.

Magneto-Transporteigenschaften

Im Rahmen dieser Arbeit werden nur kleine Magnetfelder angelegt, bei denen keine magnetischen Quantisierungseffekte auftreten, daher eignet sich das klassische Drude-Modell zur Beschreibung der Transporteigenschaften der 2DEGs [Ashcroft et al., 1976; Heinzel, 2003]. Für theoretische Betrachtungen bei hohen Magnetfeldern sind die Referenzen von Davies [1998]; Ferry [1997]; Yoshioka [1998] *et al.* zu empfehlen.

Die klassische Bewegungsgleichung aus dem Drude-Modell lautet:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}|_{\text{Streuung}} + \frac{d\vec{p}}{dt}|_{\text{Feld}} \quad (2.7)$$

$$= \frac{m^*\vec{v}}{\tau} - e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}). \quad (2.8)$$

Hierbei ist \vec{E} das angelegte elektrische Feld, welches in x-Richtung zeigt ($\vec{E} = E\vec{e}_x$) und \vec{B} das angelegte Magnetfeld in z-Richtung ($\vec{B} = B\vec{e}_z$). Die Ladungsträger werden durch das Magnetfeld aufgrund der Lorentz-Kraft auf Kreisbahnen gezwungen. Diese Kreisbahn erhält durch das anliegende elektrische Feld eine zusätzliche konstante Driftbewegung in x-Richtung. Der Reibungsterm mit der mittleren Streuzeit τ und der Driftgeschwindigkeit \vec{v} beschreibt die Gesamtheit aller elektronischen Streuprozesse an Potenzialmodulationen, verursacht durch Kristalldefekte, Gitterschwingungen oder anderen Elektronen. Die Gesamtstreuzeit τ ergibt sich aus der Matthiesen-Regel zu:

$$\frac{1}{\tau} = \sum_i \frac{1}{\tau_i}. \quad (2.9)$$

Die Gesamtstreuzeit τ bezieht alle voneinander unabhängigen Stör-Phänomene i mit ein.

Die Lösung der Gl. 2.8 für den stationären Fall ($\vec{F} = 0$) lautet dann:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m^*/e\tau & -B \\ B & m^*/e\tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

Wird in diesem Zusammenhang die spezifische Leitfähigkeit $\sigma = e^2 n_{2d} \tau / m^*$ und Stromdichte $\vec{j} = en_{2d} \vec{v}$ eingeführt, kann Gl. 2.10 in das Ohmsche Gesetz $\vec{E} = \hat{\rho} \vec{j}$ umgeformt werden:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \sigma^{-1} & -B/en_{2d} \\ B/en_{2d} & \sigma^{-1} \end{pmatrix}}_{\hat{\rho}} \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \end{pmatrix}. \quad (2.11)$$

n_{2d} ist hier die Elektronendichte und $\hat{\rho}$ der Widerstandstensor.

Liegt kein Magnetfeld an, so bleiben nur die Diagonalterme der Matrix aus Gl. 2.11 erhalten, welche das klassische Ohmsche Gesetz beschreiben:

$$\rho_{xx} = \rho_{yy} = \sigma^{-1} = \left(\frac{e^2 n_{2d}}{m} \tau \right)^{-1} = (e \mu_{2d} n_{2d})^{-1}, \quad (2.12)$$

wobei $\mu_{2d} (= e\tau/m^*)$ die Beweglichkeit des 2DEGs darstellt. Die beiden anderen Terme im Widerstandstensor $\hat{\rho}$ beschreiben den Hall-Widerstand des 2DEGs:

$$\rho_{xy} = -\rho_{yx} = \frac{B}{en_{2d}}. \quad (2.13)$$

Mit einem angelegten Magnetfeld senkrecht zur Ebene und einer transversalen Widerstandsmessung ist es experimentell möglich die Ladungsträgerdichte eines 2DEGs zu bestimmen.

Wichtige Ergebnisse

- Durch ein geeignetes epitaktisches Wachstum verschiedener Halbleiter ist es möglich ein zweidimensionales Ladungsträgersystem mit sehr hohen Beweglichkeiten herzustellen.
- Die Zustandsdichte eines solchen 2D Systems ist für $B = 0$ konstant, wenn in einer Richtung nur das erste Subband besetzt ist.
- Daher muss gewährleistet sein, dass die Summe aus Fermi-Energie ΔE_F und thermischer Energie ΔE_{th} kleiner ist als der Subband-Abstand $E_z^1 - E_z^0$.
- Aus dem klassischen Drude-Modell folgen für kleine Magnetfelder die Transportgleichungen des 2DEGs.

2.2 Nulldimensionale Ladungsträgersysteme – Quantenpunkte

Wird die Bewegungsfreiheit von Ladungsträgern künstlich in allen drei Raumrichtungen so stark eingeschränkt, dass im Gleichgewicht jeweils nur der Grundzustand besetzt werden wird, spricht man von nulldimensionalen Systemen oder auch Quantenpunkten.

Da die elektronischen Eigenschaften sehr stark denen der Atome ähneln, werden solche Systeme in der Literatur auch „künstliche“ oder „maßgeschneiderte“ Atome genannt. Der räumliche Einschluss kann auf unterschiedliche Art und Weise realisiert werden. Zur Herstellung solcher Systeme stehen zwei unterschiedliche technologische Ansätze zur Verfügung:

- *Top-Down* Ansatz
- *Bottom-Up* Ansatz

Der *Top-Down* Ansatz nutzt in diesem Zusammenhang hochauflösende Lithografieverfahren, um solche niederdimensionale Elektronensysteme zu erzeugen. Eine mögliche Methode zur Herstellung von nulldimensionalen Elektronensystemen wurde in der Gruppe um *S. Tarucha* in Tokio entwickelt. Sie haben aus hochbeweglichen 2DEGs kleine Inseln mit einem Durchmesser von $< 100 \text{ nm}$ herausgeätzt. An solchen geätzten Quantenpunkten konnten sie u. a. durch elektrische Tunnelspektroskopie die Energiezustände dieser Systeme untersuchen [Tarucha, 1996; Fujisawa, 2002a,b]. Eine andere Möglichkeit, um Elektronen in einem 2DEG mit dem *Top-Down* Ansatz zusätzlich in lateraler Richtung einzuschnüren, bietet der Feldeffekt. Elektroden an der Oberfläche einer HEMT Struktur sind in der Lage das unter ihnen liegende Elektronengas elektrisch zu verarmen. Durch geeignete künstlich hergestellte Potenzialmodulationen, können Elektronen auf dieser Weise auch lateral eingeschnürt werden [Lorke, 1990; van der Wiel, 2003; Hanson, 2007]. Einen etwas anderen Weg ist die Gruppe um *K. Ensslin* in Zürich gegangen. Sie können einen Quantenpunkt definieren, indem sie nanometeraufgelöst die Probenoberfläche mit einer AFM⁸-Spitze oxidieren. Die lokal erzeugten Oxidstrukturen zerstören das unter ihnen befindliche 2DEG.

Herstellungsmethoden auf Basis des *Top-Down* Prinzips sind aber sehr zeitaufwändig und die laterale Auflösung der Elektronenstrahlolithografie ist zur Zeit auf etwa 20 nm begrenzt.

Der zweite Ansatz zur Herstellung von Nanostrukturen ist der sog. *Bottom-Up* Ansatz. Hier werden Nanostrukturen in einem selbstorganisierten Prozess hergestellt und sind damit unabhängig von zeitintensiven Lithografieprozessen. Es ist möglich in einem selbstorganisierten Prozess halbleitende Partikel mit extrem kleinen Ausmaßen (Durchmesser $< 5 \text{ nm}$) herzustellen [Gupta, 2011; Meier, 2007]. Solche Nanopartikel auf Basis von Silizium werden schon

⁸engl.: atomic force microscopy.

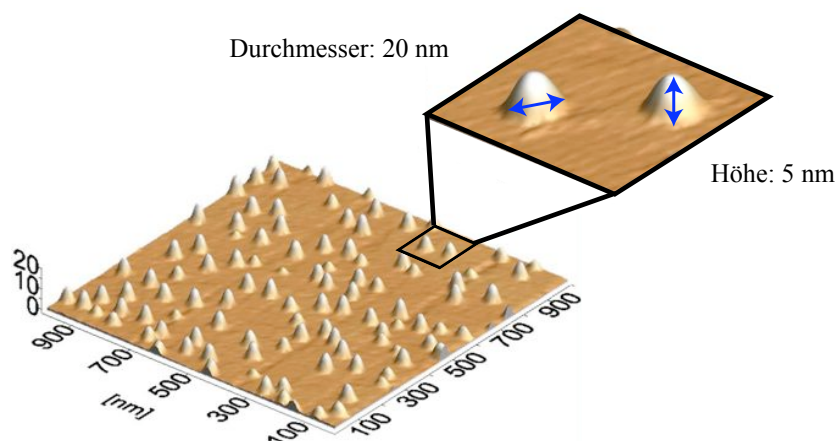


Abbildung 2.4.: AFM-Aufnahme von einem Ensemble selbstorganisierter InAs-Quantenpunkte [Wibbelhoff, 2006].

heute industriell hergestellt und für kommerzielle Anwendungen genutzt.

Eine weitere Herstellungsmethode von nulldimensionalen Elektronensystemen auf Basis der *Bottom-Up* Technologie bedient sich der Molekularstrahl-Epitaxie. Lässt man InAs auf GaAs wachsen, so entstehen im Stranski-Krastanov-Modus sehr größenhomogene defektfreie InAs Inseln mit nanoskaligen Ausmaßen (siehe Kapitel 2 / Abb. 2.2) [Bimberg, 1998].

Die AFM-Aufnahme in Abbildung 2.4 zeigt solche selbstorganisierten InAs Quantenpunkte. Der mittlere Durchmesser dieser Nanostrukturen liegt bei etwa 20 nm und die Höhe bei etwa 5 nm. Diese InAs Inseln können vollständig in GaAs eingebettet werden und bilden, aufgrund ihrer zu GaAs kleineren Bandlücke, einen dreidimensionalen Potenzialtopf für Elektronen oder auch für Löcher (siehe Abb. 2.5)[Drexler, 1994; Fricke, 1996]. Diese verspannungsinduzierten InAs Quantenpunkte sind Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

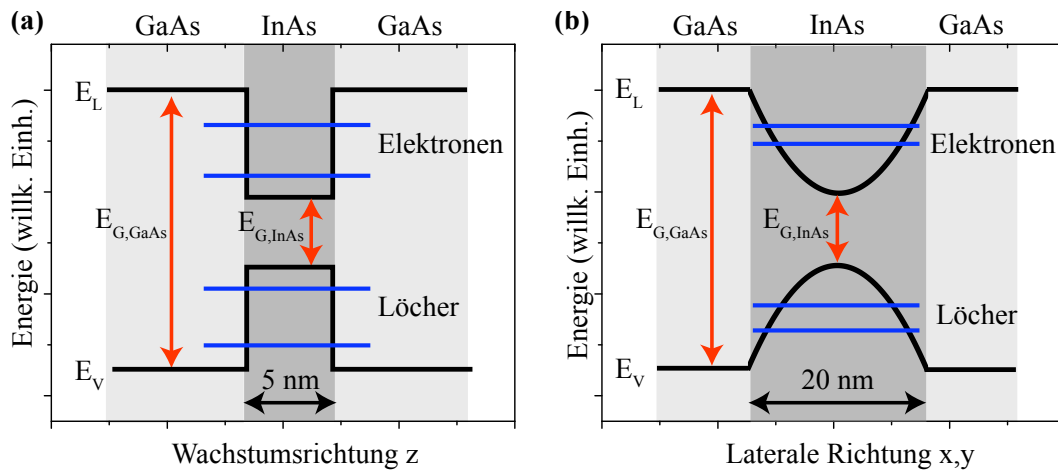


Abbildung 2.5.: Schematische Darstellung des Bandkantenverlaufs eines nulldimensionalen Ladungsträgersystems in Wachstumsrichtung (a) und in der Ebene senkrecht zur Wachstumsrichtung (b).

Energiezustände & Wellenfunktionen

Der elektronische Einschluss von selbstorganisierten Quantenpunkten ist in Wachstumsrichtung (vertikal) weitaus stärker als in der dazu senkrechten Ebene (lateral) (siehe Abb. 2.5). Aufgrund der sich daher stark unterscheidenden Quantisierungs-Energien in vertikaler (z) und lateraler (x,y) Richtung kann dieses Problem wie bei der Betrachtung des zweidimensionalen Elektronengases (siehe Kapitel 2.1) separiert werden. Wir nehmen an, dass die Elektronen in z-Richtung nur den Grundzustand besetzen können und betrachten im Folgenden nur die Energieeigenwerte in der lateralen xy-Ebene. Zahlreiche Experimente rechtfertigen die Annahme eines parabolischen Potenzial in der lateralen Ebene (siehe Abb. 2.5(b)) [Fricke, 1996; Miller, 1997; Warburton, 1998].

Dies führt dann zur Schrödingergleichung für einen harmonischen Oszillator in zwei Dimen-

sionen:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*}\Delta + \frac{1}{2}m^*\omega_0^2(x^2 + y^2)\right)\Psi(x, y) = E\Psi(x, y). \quad (2.14)$$

Wir nehmen hier eine isotrope effektive Masse m^* an und ω_0 stellt die charakteristische Kreisfrequenz des parabelförmigen Potentials dar. Die Lösungsfunktionen des zweidimensionalen harmonischen Oszillator (siehe Gl. 2.14) entsprechen den hermiteschen Funktionen $H_n(x, y)$ multipliziert mit der Gauss-Funktion [Abramowitz et al., 1972]:

$$\Psi_n(x, y) = H_n(x, y)e^{-(x^2+y^2)/2l_0^2}. \quad (2.15)$$

Die Wellenfunktion für den Grundzustand ($n = 0$) lautet dementsprechend:

$$\Psi_0(x, y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}l_0}e^{-(x^2+y^2)/2l_0^2} \quad \text{mit} \quad l_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m^*\omega_0}}, \quad (2.16)$$

wobei l_0 die charakteristische Oszillatorlänge beschreibt. Die Energieeigenwerte des zweidimensionalen harmonischen Oszillator lassen sich dann berechnen zu [Fock, 1928; Darwin, 1930]:

$$E_{n,l} = (2n + |l| + 1)\hbar\omega_0, \quad (2.17)$$

wobei n die radiale Hauptquantenzahl ($n = 0, 1, 2, \dots$) und l die Drehimpulsquantenzahl ($l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) darstellt.

Die Gleichung zeigt, dass Ladungen im Quantenpunkt keine beliebigen Energien mehr annehmen können. Die diskreten Energieniveaus sind bezüglich des Drehimpulses $(2n + |l| + 1)$ -fach entartet. Die Berücksichtigung der Spinentartung ergibt einen zusätzlichen Faktor 2.

In Analogie zur Atomphysik hat es sich in der Literatur etabliert, die Energieniveaus mit den Quantenzahlen $(2n + |l|) = 0, 1, 2$ mit den Indizes s, p, d zu deklarieren.

Das Verhalten der Energieniveaus im Magnetfeld hat für das spätere Verständnis der in dieser Arbeit erzielten Ergebnisse keine Relevanz und wird daher hier nicht behandelt. Ich möchte für den interessierten Leser auf die Referenzen von Cohen [1977], Merkt et al. [1989] *et al.* und Reimann [2002] *et al.* verweisen, in welchen die Wellenfunktionen und Energiezustände im Magnetfeld ausführlichst diskutiert werden.

Vielteilcheneffekte & Ladeenergien

Ähnlich wie in typischen (dreidimensionalen) Metallen sind bei einer freien Bewegung von Elektronen in zwei Dimensionen elektronische Wechselwirkungen in guter Näherung zu vernachlässigen (Fermigas-Modell). Dieser Umstand ändert sich jedoch bei der Betrachtung von

nulldimensionalen Systemen mit $N > 1$ Elektronen. Die räumlichen Dimensionen dieser Systeme sind so klein, dass sich die Wellenfunktionen der verschiedenen Elektronen überlappen und so die Gesamtenergie des Systems signifikant verändern können.

Dieses Vielteilchen-Problem mit N Elektronen kann durch die folgende Schrödingergleichung beschrieben werden:

$$\left(\sum_{i=1}^N -\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta_i + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 \vec{r}_i^2 + \frac{e^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0} \sum_{i,j \neq i}^N \frac{1}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} \right) \Psi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) = E_N \Psi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N). \quad (2.18)$$

Gilt der Fall, dass die Wechselwirkungsenergien klein im Vergleich zu den Quantisierungsenergien des ungestörten Systems sind (siehe vorheriges Kapitel), kann das Problem in erster Ordnung Störungstheorie analytisch behandelt werden [Warburton, 1998]. Hier werden auf Basis der Einteilchen-Wellenfunktionen die Vielteilchen-Wellenfunktionen in einer Slater-Determinante entwickelt. So erhält man für die direkte Coulomb-Energie E_{ij}^c und die indirekte Austauschenergie E_{ij}^x zwischen zwei Elektronen mit den Wellenfunktionen Ψ_i und Ψ_j am Ort \vec{r}_1 und \vec{r}_2 die Ausdrücke:

$$E_{ij}^c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \iint \frac{|\Psi_i(\vec{r}_1)|^2 |\Psi_j(\vec{r}_2)|^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \quad \text{bzw.} \quad (2.19)$$

$$E_{ij}^x = \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \iint \frac{\Psi_i(\vec{r}_1)^* \Psi_j(\vec{r}_2)^* \Psi_i(\vec{r}_2) \Psi_j(\vec{r}_1)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2. \quad (2.20)$$

Die Wechselwirkungsenergien berechnen sich im Wesentlichen aus dem Überlapp der beteiligten Ladungsträger-Wellenfunktionen.

Die Grundzustandsenergie für ein N -Elektronen-System ergibt sich dann aus der Summe der Einteilchenenergien und den Wechselwirkungstermen:

$$E_N = \underbrace{\sum_i^N E_{n,i}^i}_{\text{Einteilchenenergien}} + \underbrace{\frac{1}{2} \sum_{i,j \neq i}^N (E_{ij}^c + E_{ij}^x)}_{\text{Wechselwirkungsterme}}. \quad (2.21)$$

Aus Gl. 2.16 und 2.19 folgt dann für die direkte Coulombabstoßung zwischen zwei Elektronen E_{ss}^c (sog. Coulombblockade):

$$E_{ss}^c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 l_0} \sqrt{\frac{\pi}{2}}. \quad (2.22)$$

Im Warburton-Modell [Warburton, 1998] lassen sich alle Wechselwirkungsenergien zwischen $N - 1$ und N Elektronen als rationale Vielfache der direkten Coulomb-Energie zwischen zwei Elektronen (Gl. 2.22) ausdrücken.

Für die ersten 6 Elektronen im Quantenpunkt sind diese Wechselwirkungsenergien von

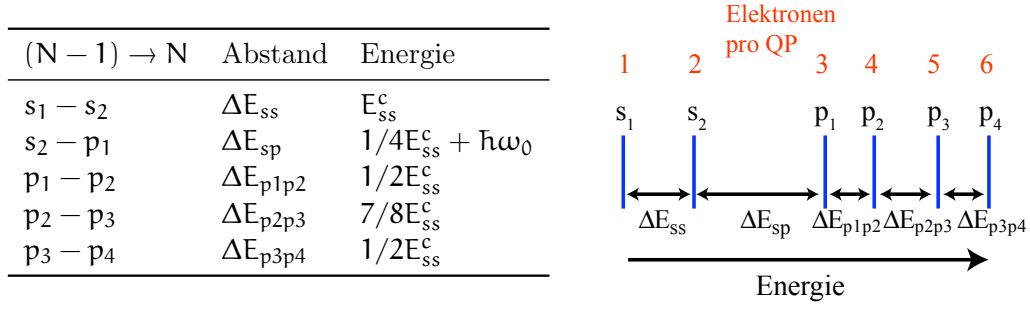


Abbildung 2.6.: Die Tabelle enthält die analytisch berechneten Wechselwirkungsenergien zwischen $N - 1$ und N Elektronen ($N \leq 6$) als Vielfache von E_{ss}^c [Warburton, 1998]. Die Abbildung illustriert die in der Tabelle angegebenen Werte und Parameter.

Warburton [1998] *et al.* berechnet worden (siehe Abb. 2.6). Aufgrund des geringeren Überlapps der p -artigen Wellenfunktionen ergeben sich stets kleinere Wechselwirkungsenergien zwischen Elektronen in der p -Schale als in der s -Schale.

Nun sind in dieser Arbeit die Quantenpunkte in einer Kondensatorstruktur eingebettet, welche durch eine Oberflächenelektrode mit dem Abstand D und einem zweidimensionalen Elektronengas mit dem Abstand d von der QP-Schicht begrenzt wird. Legt man eine Spannung V zwischen Oberflächenelektrode und 2DEG an, erhalten die N Elektronen in den Quantenpunkten eine zusätzliche elektrostatische Energie von:

$$E_{el} = -\frac{1}{\lambda} NeV, \quad (2.23)$$

welche in der Gesamtrechnung von Gl. 2.21 berücksichtigt werden muss. Hier stellt $\lambda = (D + d)/d$ den geometrischen Hebelarm⁹ der Struktur dar [Drexler, 1994].

Die Grundzustandsenergie eines N -Elektronen Quantenpunktes, eingebettet in einer Kondensatorstruktur, berechnet sich dann wie folgt:

$$E_N = \sum_i^N E_{n,l}^i + \frac{1}{2} \sum_{i,j \neq i}^N (E_{ij}^c + E_{ij}^x) - \frac{1}{\lambda} NeV \quad (2.24)$$

Der energetische Anteil durch Bildladungseffekte wurden in den Rechnungen nicht berücksichtigt¹⁰.

Die Anzahl der Ladungsträger $N - 1$ in den Quantenpunkten wird auf N erhöht, wenn die Energie im Rückkontakt ausreicht, um die abstoßende Wechselwirkung der bereits auf dem Quantenpunkt vorhandenen Elektronen überwinden zu können. Die Fermi-Energie des 2DEGs muss also gleich der Differenz der beiden Grundzustandsenergien E_{N-1} und E_N sein (Gl. 2.24). Es muss also gelten [Reimann, 2002]:

$$E_F = E_{N-1} - E_N. \quad (2.25)$$

⁹Eine etwas genauere Rechnung erfordert die Miteinbeziehung der unterschiedlichen Dielektrizitätskonstanten der relevanten Schichten [Russ, 2006a].

¹⁰Bei Berücksichtigung der Bildladung im 2DEG addiert sich pro Elektron ein konstanter Beitrag von $E_B = e^2/(8\pi\epsilon\epsilon_0 d)$.

Ist diese Bedingung nicht erfüllt, können Elektronen nicht in den Quantenpunkt tunneln (sog. Coulombblockade).

Mit Gl. 2.25 können die Ladespannungen für die elektronische Besetzung der verschiedenen Vielteilchen-Zustände berechnet werden. Aus den resultierenden Differenzen der Ladespannungen $\Delta V_{N-1,N} = V_{N-1} - V_N$ ist man in der Lage auf die Wechselwirkungsterme (gemäß Gl. 2.21) zu schließen [Drexler, 1994; Fricke, 1996; Miller, 1997; Warburton, 1998]. So erhält man experimentell aus der Messung der s_1 - und s_2 -Ladespannungen V_{s1} bzw. V_{s2} die direkte Coulombenergie (vgl. Gl. 2.22) zwischen beiden Elektronen [Russ, 2006]:

$$E_{ss}^c = \frac{e}{\lambda}(V_{s2} - V_{s1}) + (E_{F,2} - E_{F,1}). \quad (2.26)$$

Anders ist der Fall, wenn mit einem weiteren Elektron die nächst höhere Schale besetzt wird (in Abb. 2.6 ist es der Übergang $s_2 - p_1$ mit der Energie ΔE_{sp}). Hier muss gemäß Gl. 2.24 noch additiv zu den Wechselwirkungstermen die Einteilchen-Energie (Quantisierungs-Energie) $\hbar\omega_0$ aufgebracht werden.

Für einen dreidimensionalen Rückkontakt ist im Gegensatz zu einem zweidimensionalen Rückkontakt die Fermi-Energie konstant (unabhängig von V_G) und muss daher nicht berücksichtigt werden [Drexler, 1994; Fricke, 1996]. Bei einem 2D Rückkontakt ist die Fermi-Energieänderung ΔE_F (< 1 meV) zwischen zwei Ladespannungen im Vergleich zu den Quantisierungs- bzw. Wechselwirkungsenergien sehr klein und wird daher auch vernachlässigt. Dies führt aber zu einem systematischen Fehler in den gemessenen Energien, der die experimentell ermittelten Werte stets als etwas zu groß erscheinen lässt.

Mit messtechnischen Methoden (z. B. die Kapazitätsspektroskopie) an geeigneten Heterostrukturen ist es möglich, die Ladespannungen der unterschiedlichen Vielteilchen-Zuständen ($N = 1 \dots 6$) in selbstorganisierten Quantenpunkten experimentell zu bestimmen [Drexler, 1994]. Aus den gemessenen Ladespannungen können mittels Gl. 2.24 & 2.25 die unterschiedlichen Wechselwirkungsenergien in Abb. 2.6 zwischen einem $(N - 1)$ - und N -Teilchen-Zustand ermittelt werden. Dies ist für die ersten sechs Zustände detailliert in Ref. [Wibbelhoff, 2006] durchgeführt worden. Der Wechselwirkungsterm (Coulombblockade-Energie E_{ss}^c) zwischen dem Ein- und Zwei-Elektronen Zustand ist exemplarisch in Gl. 2.26 ausgerechnet worden. Es kann analytisch gezeigt werden, dass alle Wechselwirkungsterme aus rationalen Vielfachen der Coulombblockade-Energie E_{ss}^c ausgedrückt werden können (Abb. 2.6). Diese Tatsache, dass es Energiebereiche gibt, in denen es unmöglich ist Elektronen auf die Quantenpunkte zu laden nennt man Coulombblockade. Die gute Übereinstimmung zwischen theoretisch erzielten und experimentell gemessenen Werten ist trotz des sehr einfachen Modells bemerkenswert [Warburton, 1998; Russ, 2006a; Marquardt, 2006].

Wichtige Ergebnisse

- Beim epitaktischen Wachstum von InAs auf GaAs entstehen ab einer kritischen Schichtdicke homogene defektfreie InAs Materialinseln mit nanoskaligen Ausmaßen (selbstorganisierte Quantenpunkte).
- Die elektronische Struktur eines Quantenpunktes kann mit dem einfachen Modell des zweidimensionalen harmonischen Oszillators beschrieben werden.
- Quantenpunkte können nur bei bestimmten Ladeenergien Elektronen aufnehmen (sog. Coulombblockade).
- Vielteilchen-Betrachtungen ergeben, dass Wechselwirkungsterme (direkte Coulombenergie und indirekte Austauschenergie) unter bestimmten Bedingungen näherungsweise analytisch berechnet werden können (Warburton-Modell).

KAPITEL 3

PROBENDESIGN, PRÄPARATION & EXPERIMENTELLE MESSMETHODEN

3.1 Probendesign

Ziel dieser Arbeit ist es, Energiezustände von selbstorganisierten Quantenpunkten gezielt elektrisch zu manipulieren und auszulesen. Um nun epitaktisch gewachsene Quantenpunkte einem rein elektrischen Experiment zugänglich zu machen, müssen diese eine Tunnelkopplung zu mindestens einem Elektronenreservoir besitzen. Dies kann auf unterschiedliche Art und Weise experimentell erreicht werden. Jung [2005] *et al.* konnten gezielt *einzelne* selbstorganisierte Quantenpunkte lithografisch mit elektrischen Zuleitungen versehen und so Quantenpunkt-Zustände durch Tunnelspektroskopie untersuchen. Präparativ wesentlich einfacher zu realisieren, ist die Untersuchung eines Ensembles von Quantenpunkten. Solche selbstorganisierten Strukturen können z. B. in einer $p-i-n$ Diodenstruktur eingebettet werden [Marent, 2006]. Durch geeignetes Verschieben der Raumladungszone ist man dann in der Lage den Besetzungszustand der Quantenpunkte zu verändern. Mit dieser Methode ist es aber nicht möglich, Zustände mit einer wohldefinierten Anzahl von Ladungsträgern zu präparieren und auszulesen. Werden die Quantenpunkte aber in eine Kondensatorstruktur (MISFET¹) eingebettet, können Vielteilchen-Grundzustände mit einer *exakten* Anzahl von Elektronen hergestellt und mit Kapazitätsmessungen untersucht werden [Drexler, 1994]. Als Elektronenreservoir dient hierbei ein hochdotierter dreidimensionaler Rückkontakt. Mit dieser Struktur konnten z. B. die Fock-Darwin Zustände im Magnetfeld [Warburton, 1998; Miller, 1997] und deren optisch möglichen Übergänge [Fricke, 1996] gemessen werden.

In den vergangenen Jahren konnte diese Struktur so weiter entwickelt werden, dass das Elektronenreservoir zusätzlich als hochsensitiver Quantenpunkt-Zustandsdetektor genutzt werden kann [Russ, 2006b; Marquardt, 2006]. Der hochdotierte dreidimensionale Rückkontakt wurde gegen ein zweidimensionales Elektronengas ausgetauscht. Die physikalischen Eigenschaften von 2DEGs sind im Kapitel 2.1 zusammengefasst. Der Vorteil dieser HEMT Struktur mit

¹engl.: metal insulator semiconductor field effect transistor.

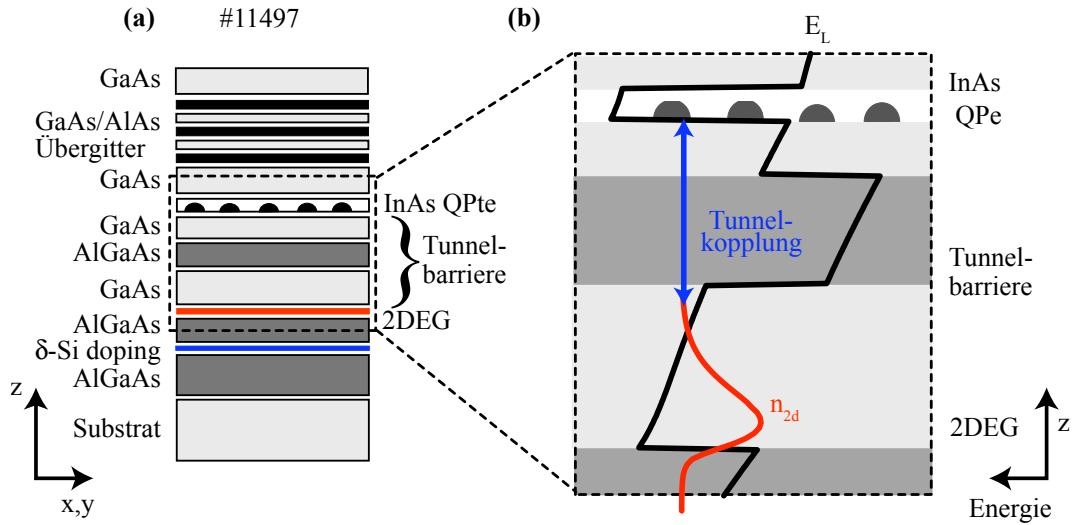


Abbildung 3.1.: (a) Schematischer Aufbau der in dieser Arbeit untersuchten Struktur #11497. (b) Gerechneter Bandkantenverlauf der aktiven Region, welche durch ein Ensemble von InAs Quantenpunkten und einem zweidimensionalen Elektronengas begrenzt wird.

eingebetteten Quantenpunkten ist die *messbare* Ladungsträgeränderung des zweidimensionalen Rückkontakts, wenn Ladungsträger zwischen den beiden dimensionsreduzierten Systemen ausgetauscht werden. So kann aus Leitfähigkeitsmessungen („Elektronen zählen“) am 2DEG indirekt auf den Ladungszustand der Quantenpunkte geschlossen werden [Russ, 2006a,b]. Gleichzeitig erlauben solche Strukturen auch die Untersuchung der elektronischen Eigenschaften des zweidimensionalen Elektronengases [Russ, 2004].

Der schematische Aufbau einer solchen invertierten HEMT Heterostruktur mit vergrabenen Quantenpunkten ist in Abbildung 3.1(a) dargestellt. Die aktive Region ist durch die Schicht selbstorganisierter InAs Quantenpunkte und das zweidimensionale Elektronengas begrenzt. Die Ladungsträger bezieht das 2DEG aus einer δ -Si Dotierschicht, welche räumlich durch einen AlGaAs Abstandshalter vom 2DEG getrennt ist. Das zweidimensionale Elektronengas ist über eine Tunnelbarriere mit einem Ensemble selbstorganisierter InAs Quantenpunkte gekoppelt (Quantenpunktdichte $N_{QP} \sim 8 \times 10^9 \text{ cm}^{-2}$). Das Material und die Dicke der Tunnelbarriere bestimmt die Stärke der Kopplung zwischen beiden niederdimensionalen Nanostrukturen. Neben der energetischen Höhe geht auch die Dicke der Barriere exponentiell in die Tunnelrate ein [Davies, 1998]. So können maßgeschneiderte Strukturen gewachsen werden, deren elektronische Tunnelzeit von wenigen Mikrosekunden bis mehreren Stunden reichen [Marquardt, 2010a,b].

Weitere technische Anforderungen an diesen Proben zum Erzielen optimaler Messergebnisse sind:

- Eine geringe Streuung der Quantenpunkte in Form und Größe, um im Ensemble-Mittel scharfe Resonanzen mit kleinen Halbwertsbreiten zu erhalten.

- Auch ist eine möglichst hohe Beweglichkeit des 2DEGs erstrebenswert, was geringe Störpotenziale (z. B. durch ionisierte Donatoren usw.) in der Umgebung des 2DEGs erfordert. Dies kann u. a. durch die Optimierung der Spacer-Dicke realisiert werden (vgl. Kapitel 2.1).
- Eine ausschließliche Besetzung des untersten 2D Subband ist notwendig, um eine konstante Zustandsdichte über die betrachtete Energieskala zu garantieren. Die Ladungsträgerdichten sollten dementsprechend angepasst sein. Wird diese Bedingung kleiner Elektronendichten erfüllt, ist gleichzeitig die Thomas-Fermi Abschirmung der geladenen Quantenpunkte reduziert, so dass deren möglichst großer Einfluss auf die Transporteigenschaften des 2DEG stärker ist [Davies, 1998].
- Die Tiefe und die Ladungsträgerdichte des 2DEGs muss so eingestellt werden, dass deren Verarmungsspannung² kleiner ist als die Ladespannung des ersten Quantenpunkt-Grundzustandes (s_1).
- Die Leckströme zwischen Gate-Elektrode und 2DEG sollten durch eine isolierende Übergitterstruktur minimiert werden.

Die Tunnelbarriere der in dieser Arbeit hauptsächlich untersuchten Heterostruktur mit der Bezeichnung #11497 besteht aus zwei GaAs Lagen (Dicke: 5 nm bzw. 15 nm), welche durch eine 10 nm dicken $\text{Al}_{0,34}\text{Ga}_{0,66}\text{As}$ Schicht getrennt sind. Der berechnete³ Bandkantenverlauf der aktiven Region ist in Abb. 3.1 gezeigt. An solchen Strukturen werden Tunnelzeiten zwischen 1 ms und 6 ms gemessen. Messungen der Ladungsträgerdichte und der Beweglichkeit des 2DEGs bei 0 V ergaben die Werte $\sim 7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ bzw. $\sim 9300 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Der geometrische Hebelarm λ beträgt etwa 6.

Die Tunnelbarrieren der untersuchten Lochproben #DO1880(81) bestehen aus insgesamt 13 nm GaAs und 5 nm bzw. 10 nm $\text{Al}_{0,9}\text{Ga}_{0,1}\text{As}$. Die Ladungsträger erhält das 2DHG aus einer mit Kohlenstoff dotierten 30 nm dicken $\text{Al}_{0,9}\text{Ga}_{0,1}\text{As}$ -Schicht, welche durch einen $\text{Al}_{0,9}\text{Ga}_{0,1}\text{As}$ -Spacer (7 nm) räumlich vom 2DHG getrennt ist.

Die wichtigsten Parameter aller untersuchten Heterostrukturen sind im Anhang dieser Arbeit zusammengefasst.

²Die Verarmungsspannung berechnet sich mit $V_D = e n_{0,2d}(D + d)/\epsilon\epsilon_0$, wobei $n_{0,2d}$ die Ladungsträgerdichte bei 0 V und $(D + d)$ die Tiefe des 2DEGs darstellt.

³Berechnet mit der Software *1D Poisson Solver* von G. Snider.

3.2 Probenpräparation

Die verwendeten Halbleiter-Heterostrukturen wurden am Lehrstuhl von *Prof. Dr. A. D. Wieck* an der Ruhr Universität Bochum mittels Molekularstrahl-Epitaxie gewachsen. Die genaue Schichtfolge und die entsprechenden Wachstumsparameter der verwendeten Heterostrukturen finden sich im Anhang dieser Arbeit. Um Heterostrukturen nun dem Experiment zugänglich zu machen, müssen noch präparative Vorarbeiten geleistet werden.

Die Präparationsschritte sind schematisch in Abbildung 3.2 dargestellt. Ausnahmslos sind alle Prozesse unter Reinraumbedingungen durchgeführt worden. Eine detaillierte Prozessanleitung der unterschiedlichen Schritte sind in den Referenzen [Wibbelhoff, 2006; Russ, 2006; Marquardt, 2006] zu finden. Im folgenden Abschnitt wird die Präparation einer typischen Hallbar-Geometrie (Länge: etwa ~ 1 mm, Breite: ~ 0.5 mm) erläutert, deren aktive Fläche (2DEG und Quantenpunkte) komplett mit einer Oberflächen-Elektrode bedeckt ist.

Die Probenpräparation beginnt mit dem Ausschneiden einer geeignet großen Probe (4×4 mm²) aus einem Rohwaferstück. Nachfolgend wird die Probe sukzessive in unterschiedlich polaren, organischen Lösungsmitteln (Aceton, Methanol, Isopropanol) gründlichst gereinigt.

Nach der Reinigung wird die Probe auf einer Lackschleuder mit einem fotoempfindlichen Lack⁴ (AZ1518 von *Microchemicals*) homogen bedeckt. Anschließend wird der Lack auf einer Heizplatte bei 150 °C etwa 45 s ausgehärtet. Mittels optischer Kontaktlithografie werden nun im ersten Lithografieschritt die gewünschten Strukturen auf die Probenoberfläche übertragen, welche in einem nachfolgenden naßchemischen Ätzprozess entfernt werden sollen.

Nach dem Entwickeln und Entfernen der belichteten Stellen des Lackes, wird die Probe in eine geeignete GaAs-Ätzlösung (Verhältnis: H₂O(100) : H₂SO₄(3) : H₂O₂(1)) zur Definition der aktiven Fläche („Mesa“) gelegt. Die Dauer des Ätzprozesses ist abhängig von der Ätzrate⁵ und Tiefe des zweidimensionalen Elektronengases. Es muss gewährleistet sein, dass alle Schichten bis zum 2DEG abgetragen sind, um eine elektrische Isolation der Struktur zu erreichen.

Nach dem Ätzprozess folgt ein weiterer optischer Lithografieschritt, welcher die Ohmschen Kontaktbereiche definiert. Liegen die Oberflächen für die Kontakte frei, wird die Probe mit der Schichtfolge Ni(15 nm)/AuGe(Tiefe des 2DEGs)/Au(50 nm) bedampft. Nach dem Entfernen der Lackreste (Lift Off) wird das aufgedampfte Material in reduzierender Atmosphäre (95% Ar, 5% H₂) bei hohen Temperaturen⁶ eindiffundiert. Die Ge-Atome diffundieren in die Struktur ein und bilden einen ohmschen Kontakt zum 2DEG. Durch eine Zweipunkt-Widerstandsmessung am Spitzenmessplatz lassen sich die Kontakte überprüfen. Der letzte präparative Schritt bis zum fertigen Bauelement ist die Erzeugung der Oberflächen-Elektrode (Gate-Elektrode), die den Elektronenkanal bedeckt und so einen Schottky-Kontakt bildet. Wie

⁴Lackdicke beträgt etwa 1 µm.

⁵Ätzrate für GaAs ist etwa 1 nm/s.

⁶Bewährtes Rezept: Schritt 1: $\Delta t=5$ min bei 200 °C → Schritt 2: $\Delta t=2$ min bei 400 °C → Schritt 3: $\Delta t=30$ s bei 450 °C.

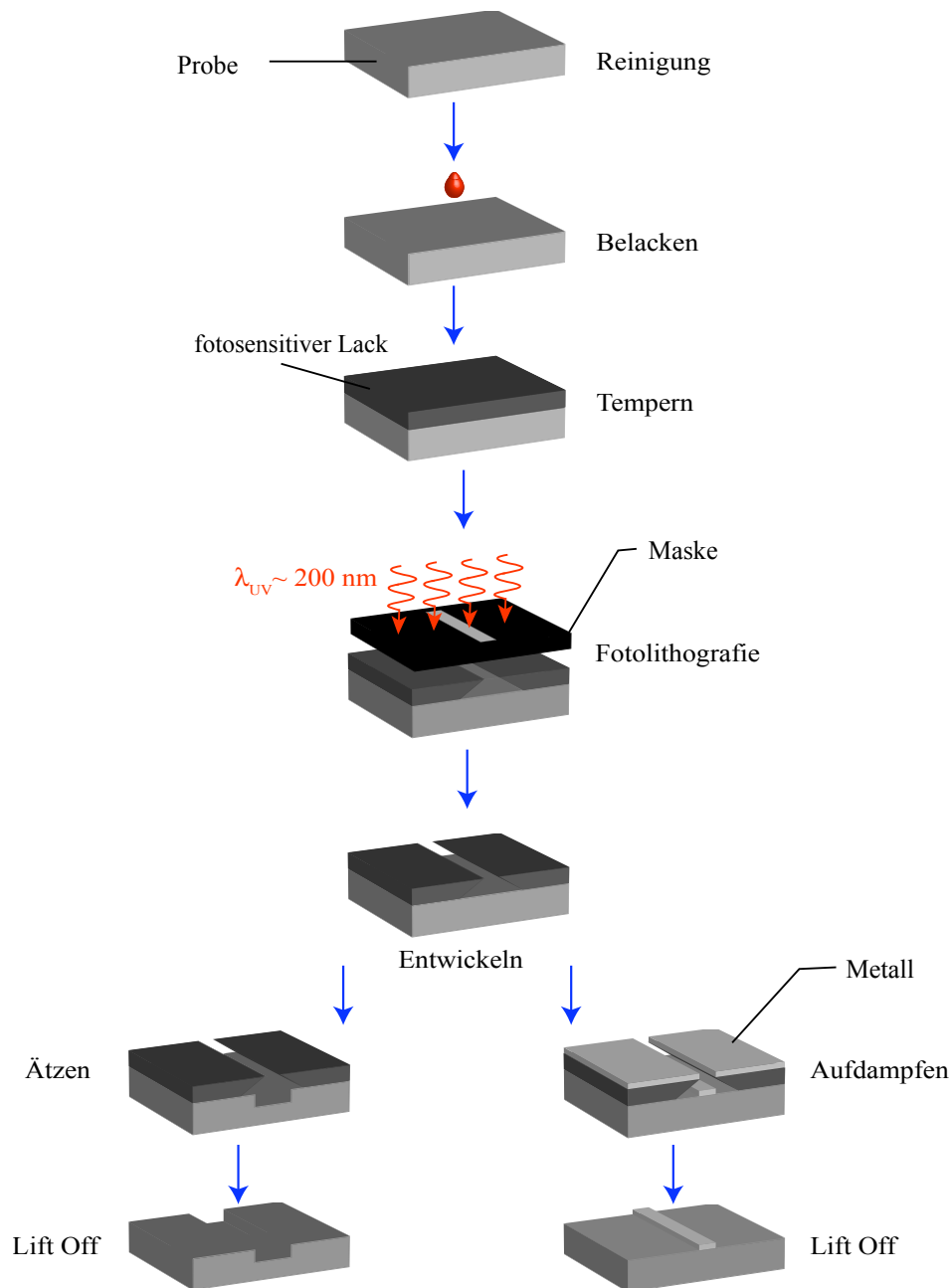


Abbildung 3.2.: Schematische Darstellung der verwendeten Prozessierungsschritte.

zuvor werden zunächst die gewünschten Strukturen mittels Fotolithografie auf die Probenoberfläche übertragen und dann mit einer Ti(15 nm)/Au(50 nm) Metallkombination bedampft.

Abbildung 3.3 zeigt schematisch die fertig prozessierte Probe mit einer Hallbar-Geometrie. Dieses Bauelement wird abschließend mit einem tieftemperaturtauglichen Leitsilber auf einem Probenträger befestigt und die Probenkontakte mit dem Probenhalter verdrahtet. Diese Verdrahtung wurde mit einem halbautomatischen Wedge-Bonder durchgeführt.

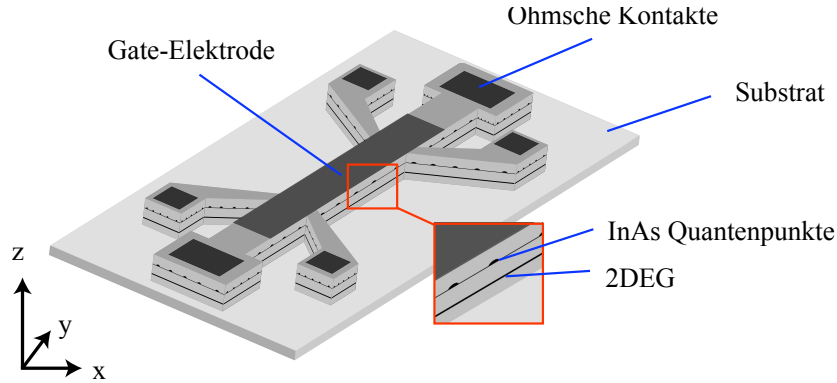


Abbildung 3.3.: Schematische Abbildung der Probe mit einer prozessierten Hallbar-Geometrie, welche zwei Stromkontakte und vier Spannungsabgriffe enthält.

3.3 Experimentelle Messmethoden

3.3.1 Kapazitätsspektroskopie

Zur *elektrischen* Untersuchung von Vielteilchen-Grundzuständen in Quantenpunkten hat sich in den letzten beiden Jahrzehnten die Kapazitätsspektroskopie etabliert [Ashoori, 1992; Drexler, 1994; Luyken, 1999]. Hierbei befinden sich die kohärent verspannten InAs Quantenpunkte innerhalb einer Feldeffektstruktur. In dieser Arbeit wurde der sonst übliche hochdotierte dreidimensionale Rückkontakt (MISFET) gegen ein zweidimensionales Elektronengas (HEMT) ausgetauscht, was zu neuen hochattraktiven Eigenschaften führt (siehe Abschnitt 3.1).

Die Kapazitätsspektroskopie nutzt die Änderung der differentiellen Gesamtkapazität ($C = dQ/dV$) dieser Kondensatorstruktur, wenn Elektronen aus einem Reservoir auf die Quantenpunkte tunneln. Das physikalische Prinzip hinter der Kapazitätsspektroskopie ist in Abb. 3.4 schematisch dargestellt.

Eine angelegte konstante Gleichspannung V_G zwischen 2DEG und Gate-Elektrode (in Abb. 3.4 nicht gezeigt) bewirkt eine lineare Verschiebung der Leitungsbandkante im Bezug auf das (nahezu) konstante Fermi-Niveau im zweidimensionalen Rückkontakt (vgl. Gl. 2.23) [Drexler, 1994; Warburton, 1998]. Ist die DC Spannung so eingestellt, dass das Fermi-Niveau in Resonanz mit einem Quantenpunkt-Zustand ist (siehe Abb. 3.4), können Elektronen zwischen beiden Elektronensystemen ausgetauscht werden (Gl. 2.25). Bei einer dem DC Signal aufmodulierten Wechselfspannung V_{ω} verhält sich die Struktur als Kondensator. Diese Wechselfspannung induziert nun einen um 90° phasenverschobenen Wechselstrom I_{ω} im 2D Rückkontakt, welcher

proportional zur Gesamtkapazität des Systems ist [Goodall, 1985]:

$$C(V_G) \approx \frac{I_{\sim}}{2\pi f V_0}, \quad (3.1)$$

f ist hier die Frequenz der aufmodulierten Wechselspannung V_{\sim} mit der effektiven Amplitude V_0 .

Für den Fall, dass die Zustandsdichte des 2DEGs konstant ist ($B = 0$) ergibt sich für die Gesamtkapazität der untersuchten Strukturen folgender Ausdruck [Russ, 2006,a]:

$$C(V_G) = \left(\frac{1}{C_d^G} + \frac{1}{C_H + C_{QP}(V_G)} \right)^{-1}, \quad (3.2)$$

wobei C_d^G die geometrische Kapazität zwischen 2DEG und Quantenpunktschicht darstellt⁷. C_H ist die gemessene Hintergrundkapazität, in der z. B. die parasitären Kapazitäten des Messaufbaus, die geometrische Kapazität zwischen Quantenpunkte und Gate-Elektrode und die konstante Quantenkapazität des 2DEGs mit einbezogen wird [Russ, 2006a]. Die Größe C_{QP} beschreibt die Quantenkapazität des Quantenpunkt-Ensembles und ist proportional zu ihrer Zustandsdichte D_{QP} [Luryi, 1987]:

$$C_{QP} = e^2 D_{QP}(V_G). \quad (3.3)$$

Nur wenn die Resonanzbedingung (gemäß Gl. 2.25) erfüllt ist, gibt es eine Ladungsverschiebung zwischen beiden Elektronensystemen und damit eine Veränderung im Messsignal. Durch das Messen der differentiellen Gesamtkapazität, ist man also in der Lage die elektronische Zustandsdichte eines Quantenpunkt-Ensembles im Gleichgewicht abzutasten.

In Abbildung 3.5 ist der Messaufbau für die Kapazitätsspektroskopie schematisch dargestellt. Die von einer DC-Spannungsquelle (*Yokogawa 7651*) generierte Gleichspannung V_G (Gate-Spannung) wird über eine Spannungsweiche mit einer Wechselspannung V_{\sim} (Oszillatorausgang des Lock-In Verstärker *EG&G 7260*) überlagert. Das selbstentworfene Bauelement (gestrichelte Box in Abb. 3.5) [Wibbelhoff, 2006] dient gleichzeitig als Spannungsteiler, welcher das Oszillatorsignal vom Lock-In Verstärker um den Faktor 100 reduziert⁸. Die Gleichspannung mit der überlagerten Wechselspannung wird an die Oberflächenelektrode der Probe angelegt. Der dadurch generierte Wechselstrom I_{\sim} zwischen 2DEG und den Quantenpunkten wird phasensensitiv mit dem Lock-In Verstärker aufgenommen. Die einzelnen Messgeräte werden über

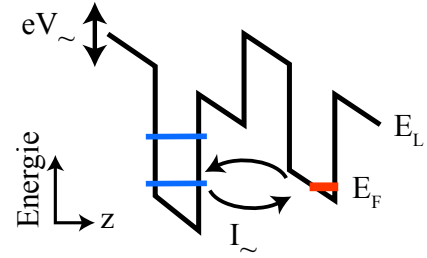


Abbildung 3.4.

⁷ $C_d^G = \epsilon \epsilon_0 A / d$. d ist Abstand zwischen Quantenpunkten und 2DEG (Tunnelbarriere) und A die Fläche der Gate-Elektrode.

⁸Die Spannungsreduktion hat den Vorteil, dass mit größeren und dadurch rauschärmeren Lock-In Ausgangssignalen gearbeitet werden kann.

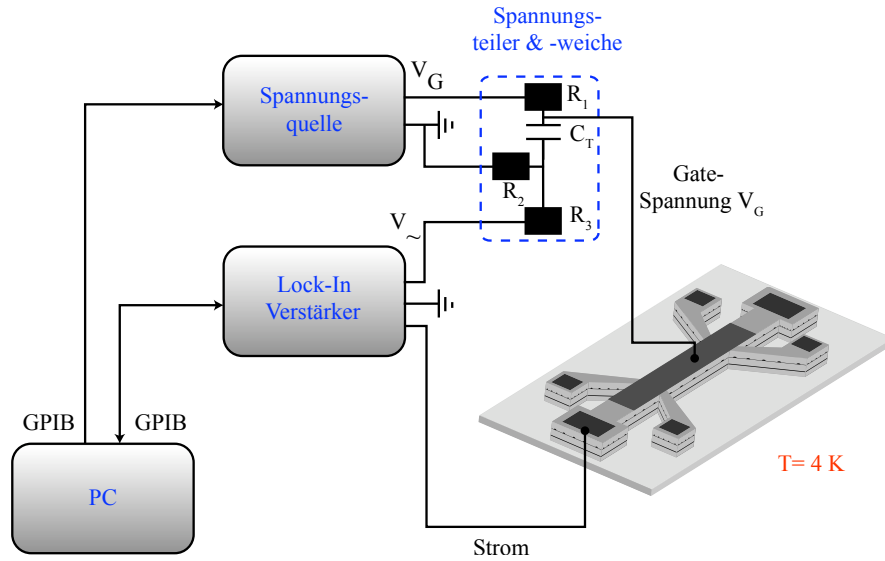


Abbildung 3.5.: Schematischer Messaufbau für eine Kapazitätsspektroskopie.

eine GPIB Schnittstelle gesteuert und ausgelesen. Alle Kapazitätsmessungen wurden in einem Helium-Badkryostaten (*Cryogenics*) bei der Temperatur des flüssigen Heliums durchgeführt ($T = 4.2$ K).

3.3.2 Zeitaufgelöste Transportspektroskopie

In diesem Abschnitt wird einführend die Idee und der Messaufbau der *Zeitaufgelösten Transportspektroskopie* erläutert. Da die Entwicklung und experimentelle Realisierung dieser neuartigen Spektroskopiemethode ein Hauptbestandteil der vorliegenden Arbeit darstellt, wird sie im Detail in den Kapiteln der Diskussion behandelt.

Das Design des untersuchten Bauelements auf Basis selbstorganisierter Quantenpunkte, stellt eine invertierte HEMT Struktur dar (siehe Kapitel 3.1). Es enthält mit einem zweidimensionalen Elektronengas ein Elektronenreservoir, welches über eine isolierende Tunnelbarriere mit einem Ensemble selbstorganisierter Quantenpunkte gekoppelt ist. Der Ladungszustand der Quantenpunkte kann so über den Gate-Kontakt elektrisch gesteuert werden. Gleichzeitig fungiert dieses Reservoir als hochempfindlicher Quantenpunkt-Zustandsdetektor mit Echtzeitauflösung. Auf Basis dieser Probenstruktur ist im Rahmen der vorliegenden Dissertation eine Messtechnik entwickelt worden, mit der Vielteilchen-Zustände in Quantenpunkte präpariert und deren Dynamik in Echtzeit beobachtet werden kann. Die physikalische Idee hinter dieser zeitaufgelösten Transportspektroskopie ist schematisch in Abbildung 3.6 dargestellt.

Abbildung 3.6(b) zeigt illustrativ die aktive Region der betrachteten Struktur. Diese besteht aus einem Ensemble von Quantenpunkten⁹ und einem zweidimensionalen Elektronengas, wel-

⁹Das Ensemble wird hier exemplarisch von einem einzelnen Quantenpunkt repräsentiert. Diese Vereinfachung

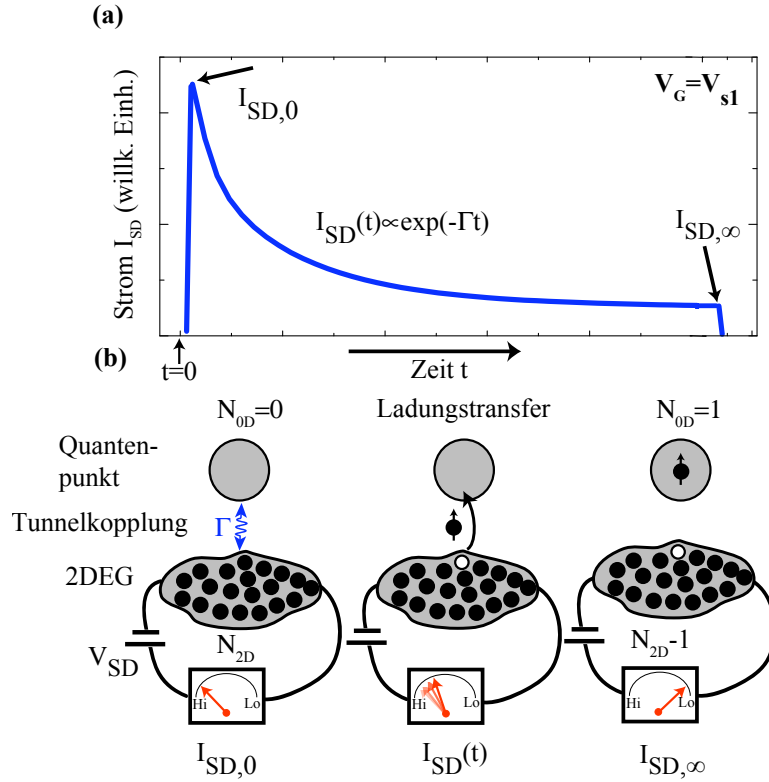


Abbildung 3.6.: (a) Gemessene Stromtransiente, wenn die Gate-Spannung so eingestellt ist, dass Elektronen in den s_1 Zustand tunneln können. (b) Die drei schematischen Abbildungen verdeutlichen das physikalische Prinzip der zeitaufgelösten Transportspektroskopie für verschiedene Zeiten.

che über eine Tunnelkopplung Γ miteinander verbunden sind. Nun kann der Beladeprozess der Quantenpunkte elektrisch gesteuert werden (in unserem Fall über die Gate-Spannung V_G), so dass gezielt der Elektronentransfer zwischen beiden Systemen erlaubt oder geblockt werden kann. Gleichzeitig wird zeitaufgelöst die Ladungsträgerdichte im 2DEG n_{2d} über eine Strommessung $I_{SD}(t)$ aufgenommen:

$$I_{SD}(t) = \alpha n_{2d}(t) \mu_{2d}(t), \quad (3.4)$$

wobei α konstante Faktoren enthält wie die Elementarladung, angelegte Source-Drain Spannung V_{SD} , den Geometriefaktor des Elektronenkanals und Widerstände, die durch den Messaufbau bedingt sind.

Die Operation beginnt mit der Definition eines initialen Quantenpunkt-Zustandes. Über das Anlegen einer bestimmten Gate-Spannung ist es möglich, die Quantenpunkte mit einer definierten Anzahl von Elektronen zu befüllen. Die Operation in Abb. 3.6 beginnt mit einer vollständigen Verarmung der Quantenpunkte ($N = 0$). Es stehen alle verfügbaren Ladungsträ-

hat keinen wesentlichen Einfluss auf das physikalische Verständnis des Messprinzips.

ger des 0D/2D Systems dem 2DEG zum Stromtransport zur Verfügung. Der gemessene Strom für $t = 0$ wird durch die Anzahl der Ladungsträger N_{2d} im 2DEG¹⁰ und deren Beweglichkeit μ_{2d} bestimmt (siehe Gl. 2.12). Wird nun durch eine abrupte Gate-Spannungsänderung künstlich ein Nichtgleichgewichtszustand erzeugt, so dass im Mittel ein Elektron vom 2DEG in die Quantenpunkte tunneln kann¹¹ (siehe Gl. 2.25), sinkt der zeitaufgelöst aufgenommene Strom $I_{SD}(t)$ (siehe Abb. 3.6(a), $t > 0$). Dieses Absinken des Stroms wird durch zwei Prozesse verursacht (vgl. Gl. 3.4). Zum einen wird die Anzahl der Ladungsträger im 2DEG um $N \times N_{QP}$ verringert¹², weil Elektronen nun in den Quantenpunkten lokalisiert sind und nicht mehr zum Stromtransport beitragen können¹³. Zum anderen erhalten die Quantenpunkte eine negative Ladung und wirken als Coulomb-Streuer auf die 2D Beweglichkeit μ_{2d} , was zusätzlich zum Absinken des Stroms führt. Da wir ein ganzes Ensemble von etwa einer Million Quantenpunkte befüllen, messen wir keinen abrupten Stromsprung von einzelnen Elektronen wie es in elektrisch definierten Quantenpunkten beobachtet worden ist [Elzerman, 2004; Gustavsson, 2006a]. Wir beobachten viele statistisch in der Zeit verteilte Tunnelprozesse, die zu einem exponentiellen Abfall des Stromes mit der Tunnelrate Γ führen.

Diese gemessenen Stromtransienten, wie sie in Abb. 3.6 exemplarisch für einen konstanten Gate-Spannungswert ($V_G = V_{s1}$) gezeigt ist, werden dann in einem weiteren Schritt als Funktion der Zeit und der angelegten Gate-Spannung ausgewertet. Detaillierte Angaben über die verwendeten Pulsfolgen und Auswertungstechniken sind in den nachfolgenden Kapitel der Auswertung zu finden.

Diese Messmethode der zeitaufgelösten Transportspektroskopie erweitert die experimentellen Untersuchungsmöglichkeiten von selbstorganisierten Quantenpunkte in vielerlei Hinsicht. Mit der Aufnahme der Stromtransienten hat man nun einen *direkten* experimentellen Zugang zur Tunneldynamik ohne Beschränkung in der Zeitauflösung, so dass auch sehr schwach gekoppelte Strukturen mit Tunnelzeiten von mehreren Stunden spektroskopiert werden können [Marquardt, 2010b]. Weiterhin ist auch die räumliche Skalierbarkeit der Proben ohne Verlust des Messsignals möglich, da das Signal nun nicht mehr von der Fläche der Gate-Elektrode abhängt (vgl. die Kapazitätsspektroskopie), sondern vom Verhältnis der Quantenpunktdichte N_{QP} zur Ladungsträgerdichte des 2DEGs n_{2d} [Marquardt, 2009; Geller, 2010]. Dieses ist unabhängig von der Probengröße, daher ist prinzipiell die Spektroskopie von einzelnen Quantenpunkten erlaubt.

Die wichtigste experimentelle Erweiterung ist aber die Möglichkeit *angeregte* Nichtgleichgewichts-Spinzustände zu generieren, was Gegenstand der nachfolgenden Kapitel ist [Marquardt,

¹⁰Anzahl der Ladungsträger $N_{2d} = n_{2d}A$, wobei n_{2d} die Ladungsträgerdichte und A die Fläche des aktiven 2DEGs darstellt.

¹¹Zunächst erhöht sich aber die Ladungsträgerdichte des 2DEGs mit der Zeitkonstante des RC-Gliedes ($\tau_{RC} \sim 0.3$ ms) (siehe Abb. 3.6(a), $t=0$).

¹²Hier ist N die mittlere elektronische Besetzungszahl der Quantenpunkte und N_{QP} die Quantenpunktdichte.

¹³Eine äquivalente Beschreibung dieses Prozesses ist die Erzeugung einer Spiegelladung im 2DEG, wenn die Quantenpunkte mit einem Elektron befüllt werden.

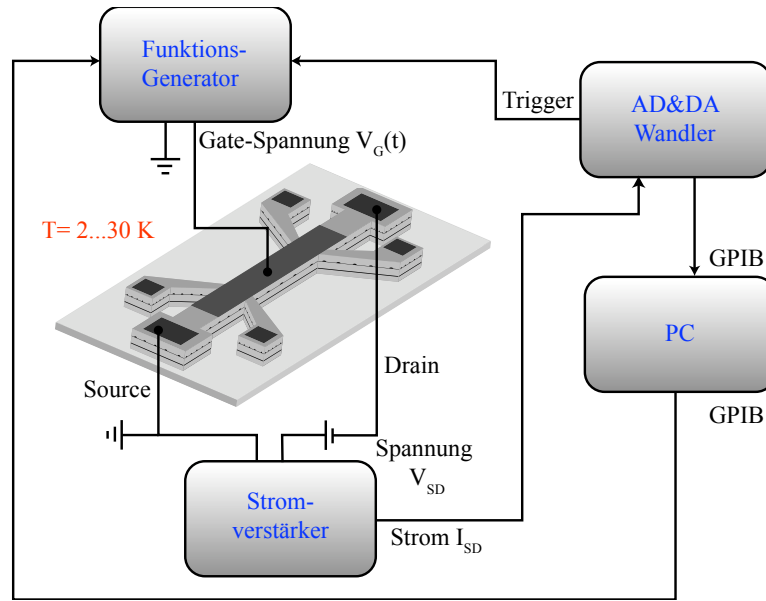


Abbildung 3.7.: Schematischer Messaufbau für die zeitaufgelöste Transportspektroskopie in einer Zweipunkt-Anordnung.

2011a,c]. Durch geeignete Pulsfolgen können Ladungsträger direkt in angeregte Zustände injiziert und deren Dynamik in der Zeitdomäne untersucht werden. So ist es möglich angeregte Besetzungskonfigurationen mit einer (fast¹⁴) beliebigen Anzahl von Ladungsträger auf rein elektrischem Wege zu präparieren.

Der Messaufbau eines solchen Experiments ist in Abb. 3.7 dargestellt. Ein Funktionsgenerator (*Tektronix AFG 3021B*) legt einen Spannungspuls $V_G(t)$ auf den Gate-Kontakt, welcher den Beladungszustand der Quantenpunkte steuern kann. Eine Gleichspannungsquelle (*Yokogawa 7651*) erzeugt eine konstante Source-Drain Spannung V_{SD} . Der Strom bzw. der Leitwert des 2DEGs wird in einer Zweipunkt-Messung erfasst. Der generierte Source-Drain Strom I_{SD} wird von einem Stromverstärker (*Stanford Research 570*) gemessen und verstärkt bzw. gefiltert an eine AD/DA-Wandlerkarte übergeben. Über eine GPIB Schnittstelle wird die Wandlerkarte von einem PC ausgelesen. Der Spannungspuls des Funktionsgenerators wird vom PC gesteuert und von der AD/DA-Wandlerkarte getriggert. Die Experimente wurden vorwiegend bei einer Temperatur von 4 K durchgeführt. Mittels eines VTI¹⁵-Einsatzes (*Oxford Compact VTI 300K*) besteht die Möglichkeit für temperaturabhängige Messungen bis Raumtemperatur.

Nun kann diese Zweipunkt-Messung in eine Vierpunkt-Messung erweitert werden. Eine solche Vierpunkt-Messanordnung ist in Abb. 3.8 dargestellt. Eine rauscharme Gleichspannungsquelle (*Yokogawa 7651*) erzeugt eine Spannung ($V = 32 \text{ V}$), welche über einen großen Vorwiderstand R_V ($R_V = 10 \text{ M}\Omega \gg R_{\text{Probe}}$) einen konstanten Strom ($I_{SD} \approx 3.2 \mu\text{A}$) liefert, der

¹⁴Für die untersuchten Strukturen ist die Zahl auf maximal 6 begrenzt.

¹⁵engl.: variable temperature inset.

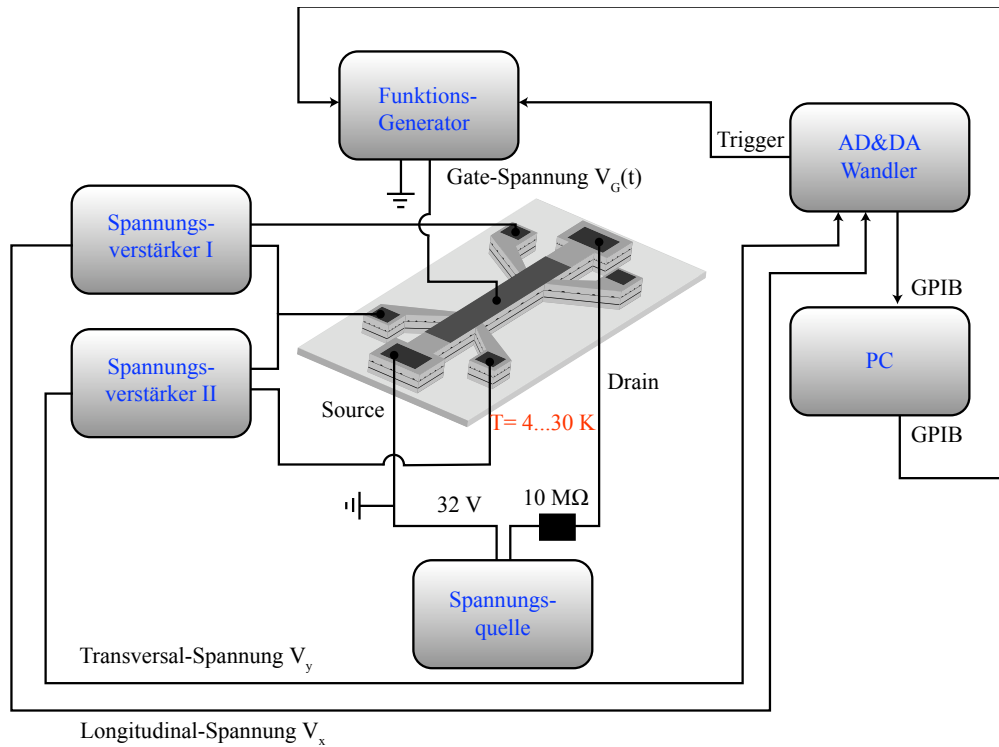


Abbildung 3.8.: Schematischer Messaufbau für die zeitaufgelöste Transportspektroskopie in einer Vierpunkt-Anordnung.

dem 2DEG aufgeprägt wird. Die abfallenden Longitudinal- und Transversal-Spannungen V_x bzw. V_y werden an geeigneten Abgriffen zeitaufgelöst mit zwei Spannungsverstärkern (*Stanford Research 570 & Femto DHP-200*) aufgenommen und an eine AD/DA Wandlerkarte übergeben. Diese Wandlerkarte gibt das gemessene Signal über eine GPIB Schnittstelle an einen PC weiter. Auch hier wird der Funktionsgenerator und damit die Pulsfolgen bzw. Pulsformen von einer entsprechend programmierten Software gesteuert.

In einem Vierpunkt-Experiment besteht die Möglichkeit die Transversal- und Longitudinal-Spannungen getrennt voneinander aufzunehmen, um damit die Transportparameter des 2DEGs wie Ladungsträgerdichte und Beweglichkeit separat und simultan zeitaufgelöst zu messen. Die Ladungsträgerdichte n_{2d} bzw. die Beweglichkeit μ_{2d} ergeben sich aus den Transversal- und Longitudinal-Spannungen (gemäß Gl. 2.12 und 2.13):

$$n_{2d}(t) = \frac{I_{SD} B}{e V_y(t)} \quad \text{bzw.} \quad (3.5)$$

$$\mu_{2d}(t) = \frac{\gamma V_y(t)}{B V_x(t)}, \quad (3.6)$$

wobei γ die laterale Geometrie des Elektronenkanals (Breite/Länge) und B das Magnetfeld senkrecht zum 2DEG darstellt.

Wichtige Ergebnisse

- Um selbstorganisierte Quantenpunkte elektrisch zu adressieren, können sie in eine transistorartigen HEMT Struktur eingebettet werden.
- Die frequenzabhängige Kapazitätsspektroskopie an stark gekoppelten 0D/2D Feldeffektstrukturen ermöglicht die elektrische Untersuchung von Vielteilchen-Grundzuständen und Tunnelprozessen in Quantenpunkten.
- Die frequenzunabhängige, *Zeitaufgelöste Transportspektroskopie* erlaubt es auf Basis von Stromtransientenmessungen, die durch den Ladungstransfer zwischen Quantenpunkten und 2DEG erzeugt werden, direkt die elektronische Tunneldynamik zu studieren. Das 2DEG dient hier als effizientes Ladungsträgerreservoir und gleichzeitig als Quantenpunkt-Zustandsdetektor, der es zulässt gezielt hergestellte Nichtgleichgewichtszustände in ihrer zeitlichen Entwicklung zu beobachten.

KAPITEL 4

PROBENCHARAKTERISIERUNG MITTELS KAPAZITÄTSSPEKTROSKOPIE

4.1 Vielteilchen-Grundzustände

In diesem Kapitel wird die etablierte Technik der Kapazitätsspektroskopie zur Untersuchung von energetischen Strukturen der verwendeten Materialien angewendet. In diesem Zusammenhang werden die experimentellen Auflösungsgrenzen dieser Methode diskutiert.

Abbildung 4.1 zeigt ein typisches Kapazitätsspektrum einer stark gekoppelten¹ Probe (Probenmaterial #11316) als Funktion der Gate-Spannung V_G . Die elektronische Tunnelzeit erlaubt eine Modulationsfrequenz von über 10 kHz. Bei großen negativen Gate-Spannungen

¹Die Tunnelbarriere besteht aus einer 25 nm dicken GaAs Schicht, was zu Tunnelraten Γ von über 10 kHz führt.

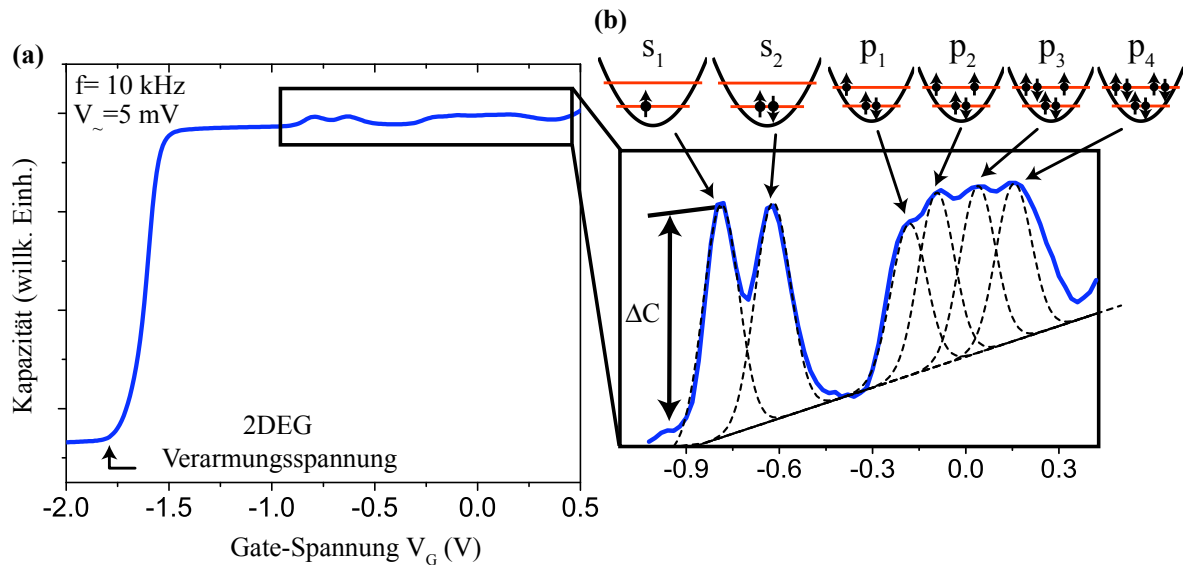


Abbildung 4.1.: (a) Typisches Kapazitätsspektrum eines stark gekoppelten 0D/2D Elektronensystems (Struktur #11316). (b) Ausschnitt aus (a). Zur Verdeutlichung sind in das Spektrum für die sechs verschiedenen Lademaxima Gaußkurven eingefügt worden.

(< -1.8 V) liegt die Fermi-Energie unterhalb des 2D Subbandes, so dass nur parasitäre Kapazitäten vom Messaufbau und die Hintergrundkapazität der Probe gemessen werden. Sobald der Grundzustand des 2DEGs besetzt wird, steigt die Gesamtkapazität sprunghaft an. Im Spannungsintervall zwischen -1 V bis 0.5 V ist eine Überstruktur auf einem nahezu konstanten Kapazitätuntergrund zu erkennen, welche durch das Beladen der unterschiedlichen Quantenpunkt-Zustände verursacht wird. Abbildung 4.1(b) zeigt zur Verdeutlichung diesen Ausschnitt vergrößert. Der leicht linear ansteigende Untergrund wird durch die räumliche Verschiebung der 2D Wellenfunktion mit steigenden Gate-Spannungen verursacht. Sobald die Ladeenergie im Rückkontakt ausreicht die Coulombblockade zu überwinden, können Elektronen im Takt der angegebenen Wechselspannung zwischen Rückkontakt und Quantenpunktschicht tunneln. Dies geht mit einem Ansteigen der Gesamtkapazität der Probe um ΔC einher.

Der Vergleich mit den gerechneten Wechselwirkungstermen im Warburton-Modell aus Abb. 2.6 ermöglicht eine eindeutige Identifizierung der einzelnen Maxima. Die Doppelstruktur um den Spannungswert -0.7 V beschreibt die Beladung der Quantenpunkte mit einem (s_1) bzw. zwei (s_2) Elektronen. Über die Spannungsdifferenz $\Delta V_{N-1,N}$ zwischen zwei Lademaxima kann nun die Wechselwirkung experimentell errechnet werden (siehe Gl. 2.25). Der direkte Coulombterm E_{ss}^c zwischen den s_1 - und s_2 - Zuständen (gemäß Gl. 2.26) ergibt sich aus der Messung in Abb. 4.1 zu etwa 20 meV. Aufgrund einer Ensemble-Betrachtung und der damit verbundenen Größendispersion der Quantenpunkte, wird eine energetische Verbreiterung der einzelnen Lademaxima gemessen (Halbwertsbreite etwa 10 meV). Aus dieser Verbreiterung folgt, dass für größere Spannungen die einzelnen vier p-artigen Zustände (p_1 bis p_4) mit ihren kleineren Wechselwirkungsenergien nur noch schlecht individuell aufgelöst werden können (siehe Abb. 4.1). Die sukzessive elektronische Besetzungsreihenfolge der Quantenpunkte erfolgt nach der Hundschen-Regel, welche die Minimierung der Gesamtenergie durch Maximierung der Austauschenergie die Gesamtenergie (Gl. 2.24) beschreibt [Miller, 1997]. Mit der Kapazitätsspektroskopie ist man also in der Lage die Ladespannungen der Grundzustände mit unterschiedlicher Besetzungszahlen ($N_{\max} = 6$) zu messen. Aus den Spannungsdifferenzen zwischen zwei Vielteilchen-Zuständen kann auf die entsprechenden Wechselwirkungsenergien geschlossen werden (siehe Kapitel 2.2) [Warburton, 1998; Russ, 2006; Marquardt, 2006]. Diese Methode ermöglicht es aber nicht die Einteilchen-Energien der Quantenpunkte quantitativ exakt zu bestimmen, da die Messtechnik auf das Gleichgewichts-Regime limitiert ist. Der energetische Abstand zwischen dem s_2 und p_1 ist eine Zusammensetzung aus Wechselwirkungs- und Einteilchen-Energien (siehe Abb. 2.6). Diese Energien konnten bis dato nur in optischen Experimenten ermittelt werden [Fricke, 1996]. Mit der in dieser Arbeit entwickelten zeitaufgelösten Transportspektroskopie ist es nun möglich, die Einteilchen-Energie der Quantenpunkte in einem rein elektrischen Experiment zu bestimmen. Auf dieser Weise konnte eine Quantisierungs-Energie von etwa 50 meV gemessen werden, was mit Ergebnissen aus optischen Experimenten übereinstimmt [Marquardt, 2011a].

Eine detaillierte Untersuchung der Wechselwirkungsenergien in InAs Quantenpunkten ist nicht Gegenstand der vorliegenden Arbeit und wurde in den Referenzen [Warburton, 1998; Russ, 2006; Marquardt, 2006] durchgeführt.

4.2 Tunneldynamik

Die Frequenzabhängigkeit der Kapazitätsspektroskopie erlaubt die Untersuchung der elektronischen Tunneldynamik zwischen Quantenpunkten und 2DEG [Luyken, 1999]. Ist die Frequenz der aufmodulierten Wechselspannung deutlich größer als die elektronische Tunnelrate, sind die Ladungsträger nicht mehr in der Lage, in einer Zeitperiode zwischen beiden Elektronensystemen zu tunneln. Dies führt zu einem Verschwinden der Kapazitätserhöhung ΔC mit zunehmender Frequenz. In Abbildung 4.2 ist die Kapazitätsamplitude ΔC der recht schwach gekoppelten Probenstruktur #11497 als Funktion der angelegten Frequenz f dargestellt. Die schwache Kopplung zwischen Quantenpunkte und 2DEG ist durch das Einfügen einer AlGaAs Schicht in der Tunnelbarriere erreicht worden (siehe Kapitel 3.1). Es ist eine deutliche Abnahme der Amplitude mit zunehmender Frequenz festzustellen. Aus dieser Auftragung kann über einen Lorentz-Fit auf die mittlere Tunnelzeit eines Zustandes geschlossen werden [Luyken, 1999, 2002]. Für die Probe #11497 ergeben sich so Tunnelzeiten zwischen 1 ms und 6 ms. Die sehr verrauschten Kapazitätsspektren verhindern die individuelle Zuordnung der Tunnelzeiten zu den einzelnen Zuständen, so dass hier nur von Tunnelzeiten der s- bzw. p-Schale gesprochen wird.

Aus der Frequenzabhängigkeit der Kapazitätsspektroskopie folgt neben der Möglichkeit der Untersuchung der Tunneldynamik aber auch die Tatsache, dass nicht alle Probenstrukturen dieser Messung zugänglich sind. Es können nur hinreichend stark gekoppelte Elektronensysteme untersucht werden, deren Tunnelzeiten schneller als etwa 10 ms sind. Bei großen Zeiten verhindern die unverhältnismäßig langen Integrationskonstanten, aufgrund der benötigten kleinen Modulationsfrequenzen ($f < 10$ Hz), die Aufnahme eines rauscharmen Spektrums. Diesen Umstand verdeutlicht Abb. 4.3 [Marquardt, 2010a]. Hier sind die Kapazitätsspektren von drei

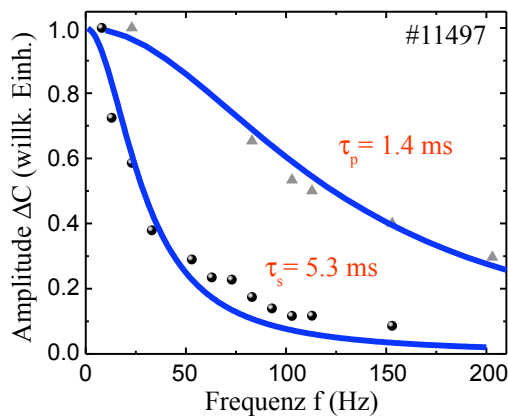


Abbildung 4.2: Kapazitätsamplitude ΔC der s- und p-Zustände als Funktion der Frequenz f zur Bestimmung der Tunnelzeit (Struktur #11497).

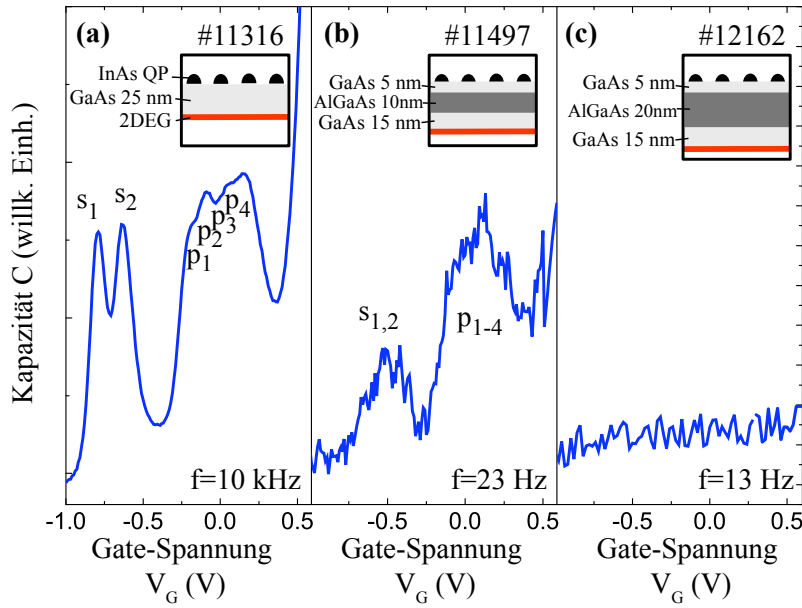


Abbildung 4.3.: Vergleich von Kapazitätsspektren, ermittelt an Strukturen mit unterschiedlichen Kopplungsstärken zwischen Quantenpunkten und 2DEG [Marquardt, 2010a].

unterschiedlich stark gekoppelten Probenstrukturen dargestellt. Die Kopplung zwischen der Quantenpunkt-Schicht und dem 2DEG wurde über das Einstellen der energetischen Höhe und Dicke der Tunnelbarriere variiert.

Die Kopplungsstärke des 0D/2D Systems nimmt von (a) nach (c) stark ab. Das Kapazitätsspektrum in Abb. 4.3(a) ist an der Probenstruktur #11316 mit dünner Tunnelbarriere gemessen worden (siehe auch Abb. 4.1). Die große Modulationsfrequenz von 10 kHz erlaubt die Aufnahme eines Ladespektrums mit einer kurzen Integrationszeit von 500 ms, in welchem alle sechs Zustände zufriedenstellend aufgelöst werden können. Nur die endliche Halbwertsbreite der verschiedenen Lademaxima limitiert in dieser Messung das energetische Auflösungsvermögen.

Abbildung 4.3(b) zeigt zum Vergleich ein Kapazitätsspektrum der Probe #11497. Hier ist der Tunnelbarriere zusätzlich eine Schicht aus $\text{Al}_{0,34}\text{Ga}_{0,66}\text{As}$ ($d = 10 \text{ nm}$) hinzugefügt worden, welche eine größere Bandlücke als reines GaAs besitzt und so für die Elektronen eine höhere Barriere darstellt. Der genaue Bandkantenverlauf dieser Probe ist in Abb. 3.1 gezeigt. Die resultierenden langen Tunnelzeiten (siehe Abb. 4.2) setzten sehr kleine Modulationsfrequenzen voraus. Um ein äquivalentes Verhältnis aus Modulationsfrequenz f und Integrationszeit T_c einzustellen wie bei der Messung der Probe #11316, muss die Integrationszeit bei einer Modulationsfrequenz von nur 23 Hz bei etwa 200 s pro Spannungswert liegen. Diese langen Integrationszeiten sind kaum im Experiment zu realisieren. Eine grenzwertig akzeptable Integrationszeit von 5 s führt zu einem stark verrauschten Spektrums. Die einzelnen s- und p-Zustände werden nicht mehr aufgelöst. Dieses Spektrum erlaubt keine genauen Aussagen mehr über die energetischen Verhältnisse dieser Probe.

Die Abbildung 4.3(c) zeigt ein Ausschnitt des Kapazitätsspektrums der Probe #12162, deren Tunnelbarriere um weitere 10 nm mit AlGaAs vergrößert worden ist. Hier können nun

keine Signalmodulationen mehr ausgemacht werden, die auf Quantenpunkt-Zustände schließen lassen. Die Tunnelraten der Ladungsträger sind kleiner als die angelegte Modulationsfrequenzen, was zu einem Verlust des durch die Quantenpunkte induzierten Messsignals führt.

Der Vergleich der Proben mit unterschiedlicher 0D/2D Kopplungsstärken in Abb. 4.3 macht sehr deutlich, dass die Kapazitätsspektroskopie nur für stark koppelnde Elektronensysteme ein mächtiges Werkzeug zur Untersuchung ihrer energetischen (Gleichgewichts-)Struktur und der Tunneldynamik darstellt. Die Untersuchung von Strukturen mit langen elektronischen Verweilzeiten ist mit der frequenzabhängigen Kapazitätsspektroskopie nicht zugänglich. Aber gerade Systeme mit solch langen elektronischen Verweilzeiten sind potenziell hochinteressante Kandidaten für eine nicht-flüchtige Flash-Speicher Anwendung [Marent, 2011]. Daher wäre eine *frequenzunabhängige*, rein elektrisch basierte Spektroskopiemethode für die experimentelle Untersuchung solcher Systeme sehr wünschenswert.

Ein weiterer Nachteil der Kapazitätsspektroskopie ist die limitierte räumliche Skalierbarkeit der Proben. Das Kapazitätssignal ist proportional zur effektiven Fläche der Gate-Elektrode, so dass für die Untersuchung eines einzelnen Quantenpunktes² ein Messsignal mit Attofarad-Auflösung erreicht werden muss, was experimentell sehr schwierig zu realisieren ist. Miller [1997] *et al.* konnte mit einer speziellen hochauflösenden Kapazitätsbrücke die Anzahl der gemessenen Quantenpunkte auf etwa 1400 reduzieren. Die experimentelle Möglichkeit zur Probenskalierung wäre für die Untersuchung von zukünftigen „Single Dot Devices“ von großer Bedeutung.

Wichtige Ergebnisse

- Mit der frequenzabhängigen Kapazitätsspektroskopie konnte die energetische Struktur und elektronische Tunneldynamik von stark gekoppelten 0D/2D Elektronensystemen untersucht werden. Es war experimentell möglich, Vielteilchen-Grundzustände mit unterschiedlichen Besetzungszahlen zu messen und die entsprechenden Tunnelzeiten zu bestimmen.
- Der Vergleich von Kapazitätsspektren unterschiedlich stark gekoppelter Proben zeigte die messtechnischen Grenzen der Kapazitätsspektroskopie in der Zeitauflösung auf. Schwach koppelnde Systeme mit Tunnelzeiten größer als etwa 10 ns sind aufgrund der Frequenzabhängigkeit der Methode nur sehr schwer zu erfassen. Gleichzeitig ist ihre räumliche Skalierbarkeit begrenzt, da das Messsignal direkt von der Anzahl der aktiven Quantenpunkte abhängt.

²Durchschnittl. Abstand der Quantenpunkte ist etwa ~ 100 nm.

KAPITEL 5

ZEITAUFGELÖSTE TRANSPORTSPEKTROSKOPIE VON VIELTEILCHEN-ZUSTÄNDEN

Um gezielt (angeregte) Vielteilchen- Zustände in Quantenpunkten auf rein elektrischem Wege zu erzeugen und zusätzlich ihre zeitliche Entwicklung zu untersuchen, wird eine Struktur mit folgenden „Bauteilen“ benötigt:

- ein *Elektronenreservoir* zur Bereitstellung der Ladungsträger,
- ein *hochempfindlicher Detektor* zum Auslesen der Quantenpunkt-Zustände in der Zeitdomäne,
- (mindestens) eine *steuerbare Tunnelkopplung* zwischen Reservoir und Detektor, um den Beladezustand der Quantenpunkte kontrolliert zu verändern.

Mit elektrisch definierten Einzel-Quantenpunkten konnten solche Systeme schon eindrucksvoll realisiert werden [van der Wiel, 2003; Gustavsson, 2006a; Hanson, 2007]. In solchen aufwendig lithografisch definierten Systemen sind insgesamt drei Quantenbauelemente miteinander gekoppelt. Ein zweidimensionales Elektronengas wird über geschickt angeordnete Oberflächenelektroden lateral moduliert, so dass ein nulldimensionaler Quantenpunkt entsteht, welcher über zwei elektrisch einstellbare Tunnelkopplungen gezielt mit Elektronen befüllt und verarmt werden kann. Die Tunnelprozesse von einzelnen Elektronen in der Zeitdomäne messtechnisch zu erfassen, stellt nun eine große experimentelle Herausforderung dar, da die konventionelle Messelektronik heute nur Ströme in der Größenordnung von einigen Femtoampere auflösen kann. Mit dem Einstellen der Kopplung ist es nun aber möglich, einzelne Elektronen im Sekundentakt transferieren zu lassen, was einem Strom von etwa 10^{-19} A (~ 100 zA) entspricht. Um solche extrem kleinen Ströme zeitaufgelöst zu messen, bedient man sich der Hinzunahme eines weiteren Quantensystems. Ein, mit dem Quantenpunkt kapazitiv gekoppelter, eindimensionaler Quantenpunktkontakt (QPC¹) dient hier als hochempfindlicher Ladungsdetektor. Wird ein Elektron in den Quantenpunkt geladen, verändert sich das Potenzial einer der QPC-Elektroden, welches die Breite des 1D Kanals verändert und so auch den zeitaufgelösten Stromfluss durch diesen QPC. So ist man in der Lage das statistische Tunneln einzelner

¹engl.: quantum point contact (QPC).

Elektronen in und aus den Quantenpunkt zeitaufgelöst aufzunehmen und zu untersuchen [Elzerman, 2004; Gustavsson, 2006a,b; Meunier, 2007].

Die experimentelle Realisierung eines äquivalenten Quantenbauelements mit selbstorganisierten Quantenpunkten ist eines der Ziele in der Halbleiter-Nanophysik. Selbstorganisierte Quantenpunkte offerieren eine Vielzahl von Vorteilen gegenüber den lithografisch definierten Quantenpunkten. So ist die räumliche Einschränkung der Elektronen um den Faktor 50 stärker, was zu großen Quantisierungsenergien von bis zu 80 meV führt [Geller, 2003; Marent, 2007]. Auf solchen Energieskalen sind auch Operationen bei Raumtemperatur möglich, was für deren Einsatz in der Anwendung spricht. Zusätzlich findet die Herstellung im *Bottom-Up* Verfahren (selbstorganisierter Prozess) ohne zeitintensive hochauflösende Lithografieverfahren statt. Es gibt also viele gute Gründe Quantenbauelemente auf Basis von selbstorganisierten Quantenpunkten zu verwirklichen.

Einführend ist die Idee und der dazugehörige Messaufbau der zeitaufgelösten Transportspektroskopie in Kapitel 3.3.2 erläutert worden. Diese Messtechnik basiert auf der elektrische Kopplung zwischen einem Ensemble selbstorganisierter Quantenpunkte und einem zweidimensionalen Elektronengas. Die zeitaufgelöste Aufnahme der Transportparameter des 2DEGs

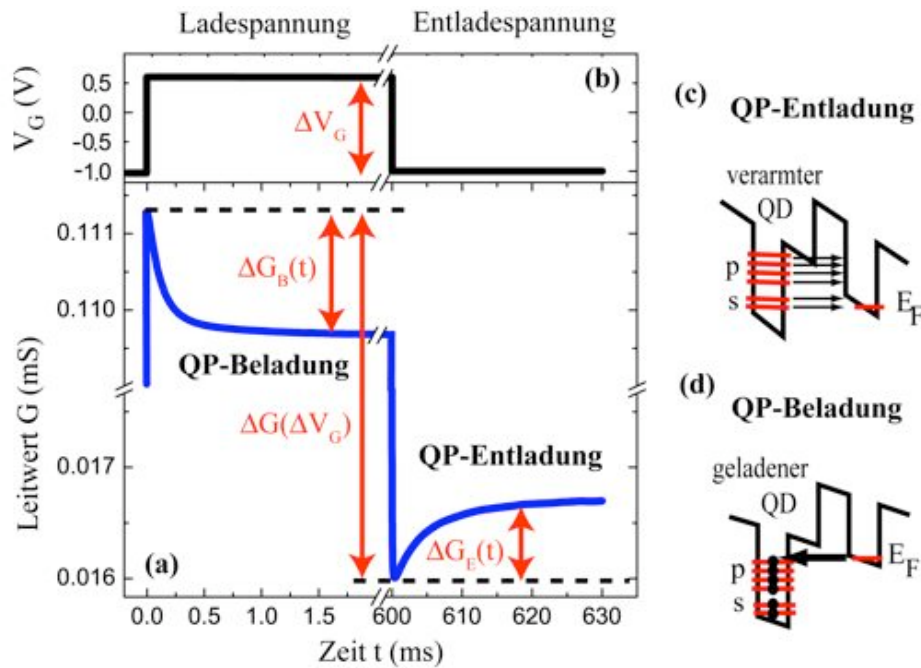


Abbildung 5.1.: (a) Aufgenommenes Detektorsignal als Funktion der Zeit bei einer abrupten Spannungsänderung (b). Die Transienten werden durch das Beladen bzw. das Verarmen der Quantenpunkte verursacht. Es gilt zu beachten, dass die Zeitachse für den Beladeprozess im Vergleich zu der für den Entladeprozess um den Faktor 15 skaliert worden ist. (c)+(d) zeigen schematisch die aktive Region der Probe und verdeutlichen den Entlade- bzw. Beladeprozess [Marquardt, 2009].

ermöglicht es, direkt die elektronische Tunneldynamik zwischen beiden Systemen zu untersuchen.

Abbildung 5.1 zeigt das Verhalten des Leitwerts des 2DEGs in der Zeitdomäne (Abb. 5.1(a)), wenn die Gate-Spannung V_G abrupt verändert wird (Abb. 5.1(b)). Um ein akzeptables Signal-zu-Rausch Verhältnis in den Messungen zu erhalten, wurden die Transienten durch eine Puls-wiederholung (bis $1000\times$) gemittelt.

Diese Messung wurde am verhältnismäßig schwach gekoppelten Probenmaterial #11497 durchgeführt. Aus Kapazitätsmessungen (siehe Kapitel 4) wissen wir, dass der erste s-Zustand bei etwa $V_{s1} = -0.6$ V besetzt wird. Für Gate-Spannungen kleiner als V_{s1} sind die Quantenpunkte vollständig verarmt und für Gate-Spannungen größer als 0.4 V komplett mit jeweils sechs Elektronen gefüllt. Frequenzabhängige Kapazitätsmessungen erlaubten uns, die elektronischen Tunnelzeiten in das Zeitfenster zwischen 1 ms (p-Zustände) und 6 ms (s-Zustände) einzugrenzen (siehe Abb. 4.2).

Für $t < 0$ ist die Gate-Spannung V_G so eingestellt, dass das Fermi-Niveau E_F des 2DEGs energetisch unterhalb aller Quantenpunkt-Zustände liegt (siehe Abb. 5.1(c)). Gleichzeitig ist aber das unterste Subband des 2DEGs schon besetzt. Die Verarmungsspannung der Probe #11497 beträgt etwa -1.2 V (hier nicht gezeigt). Bei $t = 0$ wird die Gate-Spannung abrupt² um ΔV_G verändert, was zu einem Nichtgleichgewicht zwischen den elektrochemischen Potenzialen in den Quantenpunkten und im 2DEG führt. Der 2D Zustand im Rückkontakt wird innerhalb der RC-Zeitkonstante des Bauelements von etwa 300 μ s geladen, was weitaus schneller ist als die mittlere Tunnelzeit der Probe. Die Gate-Spannung wird so verändert, dass das Fermi-Niveau des 2DEGs oberhalb aller verfügbaren Quantenpunkt-Zustände liegt (siehe Abb. 5.1(d)). Die Elektronen im 2DEG tunneln in die angeregten Zustände der Quantenpunkte, die gemäß Gl. 2.25 in Resonanz mit dem Rückkontakt stehen. Der Ladeprozess erfolgt aufgrund der großen positiven Gate-Spannung in die energetisch höher gelegenen Zustände mit kurzen Tunnelzeiten. Wie in Kapitel 3.3.2 beschrieben, geht ein Ladungsaustausch zwischen beiden Systemen mit dem zeitaufgelösten Abklingen des Stroms bzw. des Leitwerts $\Delta G_B(t)$ einher, da sich die effektive Anzahl der Ladungsträger als auch die Beweglichkeit im 2DEG reduziert (Gl. 3.4). Die Quantenpunkte werden hier über die angeregten Quantenpunkt-Zustände mit Elektronen befüllt. Von diesen angeregten Zuständen relaxieren die Elektronen unter Abgabe von phononischen Energiebeiträgen in die entsprechenden Grundzustände. Diese Relaxationsprozesse geschehen in der Größenordnung von wenigen Picosekunden [Müller, 2003; Zibik, 2009] bis mehreren Millisekunden [Kroutvar, 2004]. Sobald alle Quantenpunkte mit jeweils sechs Elektronen gefüllt sind, sättigt der gemessene Leitwert. Der Ladeprozess vollzieht sich hier auf der Zeitskala der Tunnelzeit der p-Zustände von etwa 1 ms.

Nach $t = 600$ ms wird die Gate-Spannung abermals abrupt auf die Entladespannung von -1 V gesetzt, was das Fermi-Niveau des 2DEGs unterhalb aller Quantenpunkt-Zustände zieht

²Die Flankensteilheit dieses Rechteckpulses beträgt etwa 20 ns, was mehrere Größenordnungen schneller ist, als die elektronische Tunnelzeit zwischen den beiden Systemen (vgl. Abb. 4.2).

(Abb. 5.1(c)). Die Leitwertänderung $\Delta G(\Delta V_G)$ ist unabhängig vom Ladungstransfer zwischen 2DEG und Quantenpunkte und resultiert aus der Gate-Spannungsabhängigkeit des 2D Leitwerts [Ando, 1982; Russ, 2006a].

Wie in Abb. 5.1(c) illustriert, können nun Elektronen aus allen Quantenpunkt-Zuständen zurück in das 2DEG tunneln. Dieser Prozess resultiert in einen zeitabhängigen Anstieg des Leitwerts $\Delta G_E(t)$, da dem 2DEG sukzessive Ladungsträger wieder hinzugeführt werden. Auch der Einfluss der Quantenpunkte als Coulomb-Streuer auf das 2D Transportverhalten, nimmt gemäß ihres Ladungszustandes ab und trägt zum zeitlichen Ansteigen des Leitwerts bei.

Sobald die Quantenpunkte vollständig entleert sind, sättigt auch in diesem Fall der Leitwert. Zu beachten sind hier die unterschiedlichen Zeitskalen des Be- und Entladeprozesses. Um dies quantitativ besser auswerten zu können, sind die normierten Amplituden der Be- und Entladetransiente aus Abb. 5.1 in einer semi-logarithmischen Skala aufgetragen (siehe Abb. 5.2).

Zu erwarten ist nach dem Zerfalls-Modell [Luyken, 1999] eine multi-exponentielle Entladetransiente der Form:

$$\Delta G_L(t) \propto \left(1 - \left(\sum_{i=1}^2 \exp(-t/\tau_{si}) + \sum_{j=1}^4 \exp(-t/\tau_{pj})\right)\right), \quad (5.1)$$

in welcher jedes aus dem QP tunnelnde Elektron entsprechend seiner Tunnelzeit einen Beitrag leistet (anschaulich dargestellt in Abb. 5.1(c)). Die in Abb. 5.2(a) aufgetragene Entla-

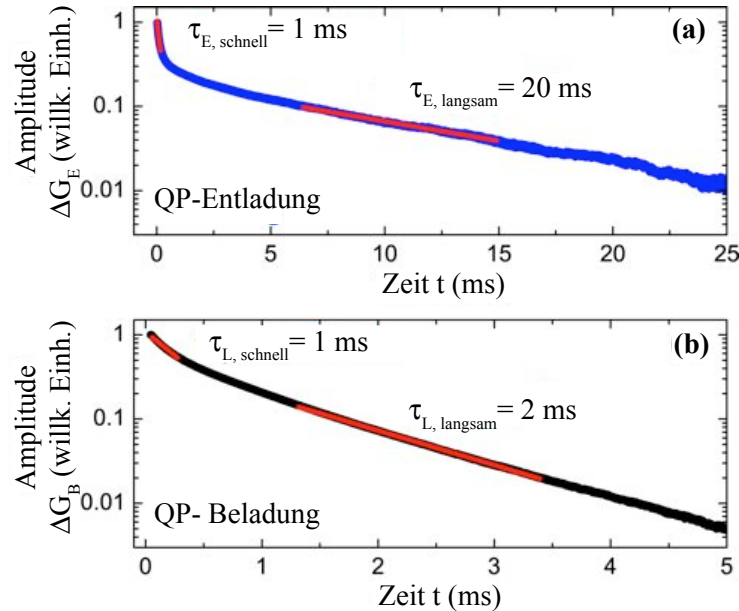


Abbildung 5.2.: Normiertes Detektorsignal aufgetragen gegenüber der vergangenen Zeit in einer semi-logarithmischen Auftragung während einer QP-Entladung (a) bzw. QP-Beladung (b) [Marquardt, 2009].

detransiente zeigt deutlich einen multi-exponentiellen Verlauf mit Zeitkonstanten zwischen $\tau_{E,schnell} = 1 \text{ ms}$ und $\tau_{E,langsam} = 20 \text{ ms}$. Diese Zeitkonstanten beschreiben die Tunnelzeiten der Ladungsträger aus den verschiedenen Quantenpunkt-Zuständen. Elektronen aus den energetisch höher liegenden p -Zuständen tunneln mit einer mittleren Zeit von 1 ms schnell aus den Quantenpunkten, währenddessen die energetisch tiefer liegenden s -Elektronen eine effektiv dickere und auch höhere Barriere überwinden müssen und nur sehr langsam (τ bis maximal 20 ms) in das 2DEG gelangen. Eine Auflösung der individuellen Zustände ist aufgrund der kleinen Separationen der Zeitkonstanten in der semi-logarithmischen Auftragung nicht möglich. Die gemessene Tunnelzeit der schnellen p -Elektronen (Abb. 5.2(a), $\tau_{E,schnell}$) stimmt sehr gut mit dem Wert der Tunnelzeiten der p -Elektronen, ermittelt aus der Kapazitätsspektroskopie, überein (Abb. 4.2, $\tau_p \approx 1,4 \text{ ms}$). Die recht große Abweichung der Zeitkonstante der s -Elektronen (Abb. 5.2(a), $\tau_{E,langsam}$) im Vergleich zu den Werten aus der Kapazitätsspektroskopie ($\tau_s \approx 5,3 \text{ ms}$) ist noch nicht vollständig verstanden. Ein Erklärungsansatz ist, dass die zeitaufgelöste Transientenmessung sensitiver auf die Größenverteilung der Quantenpunkte ist. Tunnelnde Elektronen aus (wenigen) sehr kleinen Quantenpunkten (und damit sehr großen Zeitkonstanten) erwirken ein immer noch messbares Signal. Im Gegensatz dazu beschreibt die Zeitkonstante aus der Kapazitätsspektroskopie die mittlere Tunnelzeit der Elektronen aus den s -Zuständen. Das schlechte Signal-zu-Rausch Verhältnis in den Kapazitätsspektren (Abb. 4.3(b)) machte gar eine einzelne Auflösung der s -Zustände unmöglich.

Auch die QP-Beladetransiente in Abb. 5.2(b) zeigt ein multi-exponentielles Verhalten, aber mit schnelleren Zeitkonstanten zwischen $\tau_{L,schnell} = 1 \text{ ms}$ und $\tau_{L,langsam} = 2 \text{ ms}$. Dies kann damit erklärt werden, dass während des Beladeprozesses (siehe Abb. 5.1(d)) Elektronen in die energetisch höher liegenden p -Zustände mit schnellen Tunnelzeiten geladen werden und dann nachfolgend in die Grundzustände relaxieren. Ein messbarer Tunnelprozess in die tiefliegenden s -Zustände findet bei einem QP-Beladeprozess nicht statt. Aufgrund der energetischen Breite des Fermi-Niveaus von etwa 30 meV sind mehr als ein p -Zustand in Resonanz mit dem 2DEG, was zur Beobachtung von zwei sich leicht unterscheidenden Tunnelzeiten mit $\tau_{L,schnell} = 1 \text{ ms}$ bzw. $\tau_{L,langsam} = 2 \text{ ms}$ (siehe Abb. 5.2(b)) führt. Der langsame Anteil von 2 ms kann dem Tunneln in den p_3 - und der schnelle Anteil von 1 ms in den energetisch höher liegenden p_4 -Zustand zugeordnet werden. Die QP-Beladetransiente hat die Form:

$$\Delta G_B(t) \propto \exp(-t/\tau_{p3}) + \exp(-t/\tau_{p4}), \quad (5.2)$$

wobei $\tau_{p3,4}$ die Tunnelzeiten in die jeweiligen p -Zustände beschreiben.

Diese Untersuchung der Transienten zeigt, dass es in einem zeitaufgelösten Transportexperiment möglich ist, die Tunneldynamik zwischen Quantenpunkten und 2DEG zu studieren.

5.1 Untersuchung von Vielteilchen-Zuständen im Gleichgewicht

In diesem Kapitel wird eine spezielle Pulsfolge vorgestellt und angewendet, die es erlaubt gezielt Vielteilchen-Grundzustände in einer zeitaufgelösten Messung herzustellen und auszulesen. Die Informationen über den Ladungszustand der Quantenpunkte werden dann ausgenutzt, um Aussagen über deren Einfluss auf das Transportverhalten des 2DEGs zu machen.

Das Gleichgewicht bezieht sich in diesem Zusammenhang auf die Zustände in den Quantenpunkten und nicht zwischen den beiden Elektronensystemen der Quantenpunkte und des 2DEGs. Die Untersuchung von angeregten Zuständen in Quantenpunkten wird in Kapitel 5.2 diskutiert.

5.1.1 Elektrische Spektroskopie von Vielteilchen-Zuständen

In dem vorherigen Kapitel wurde festgestellt, dass in den Entlade- und Beladetransienten viele Informationen über die elektronische Tunneldynamik zwischen Quantenpunkten und 2DEG vorhanden sind. Eine Auswertung von multi-exponentiellen Verläufen, wie in Abb. 5.2 dargestellt, ist sehr schwierig [Istratov, 1999]. Aussagen über individuelle Quantenpunkt-Zustände sind daher nahezu unmöglich. Aus diesem Grund wurde eine Pulsfolge angewendet, die es erlaubt, gezielt Vielteilchen-Grundzustände mit unterschiedlicher Besetzungszahl zu untersuchen [Geller, 2003].

In Abb. 5.1 ist die Gate-Spannungsamplitude ΔV_G des Pulses mit 1.6 V so groß gewählt, dass alle Quantenpunkt-Zustände beim Be- und Entladeprozess involviert werden. Die Amplitude des Pulses kann aber auch so weit reduziert werden, dass nur das Tunneln von Elektronen in oder aus einzelnen Quantenpunkt-Zuständen gemessen werden kann – analog zu der Kapazitätsspektroskopie, wo eine kleine Wechsellspannungsamplitude nur ein kleines Energiefenster der Quantenpunkte spektroskopiert.

Die Pulsfolge zur Spektroskopie von einzelnen Quantenpunkt-Grundzuständen ist in Abb. 5.3 schematisch abgebildet. Entscheidend ist es, die Gate-Spannungsamplitude ΔV_G , also die

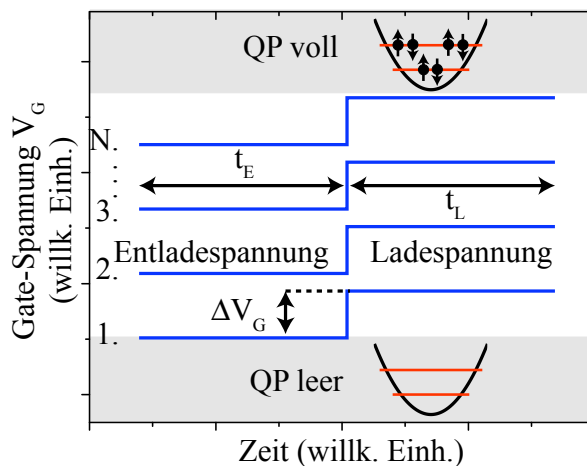


Abbildung 5.3: Schematische Darstellung der verwendeten Pulsfolge zur Untersuchung von Vielteilchen-Grundzuständen mit Hilfe der zeitaufgelösten Transportspektroskopie.

Differenz zwischen Lade- und Entladespannung, so klein zu wählen, dass Elektronen maximal in einen einzelnen QP-Zustand tunneln können. Die Spannungsamplitude bleibt konstant, während die Entlade- bzw. Ladespannung schrittweise über die komplette Gate-Spannungsskala vom vollständig leeren bis zum gefüllten Quantenpunkt gefahren wird. Die Pulslängen t_E bzw. t_L sollten so lang gewählt werden, dass alle Tunnelprozesse in dieser Zeitperiode abgeschlossen sind ($t_E, t_L \gg \tau_{s,p}$). Die jeweiligen Pulsfolgen werden vielfach wiederholt³, um ein akzeptables Signal-zu-Rausch Verhältnis für die Transienten zu erhalten.

Die Gate-Spannungsamplitude ΔV_G wurde in der Messung auf 40 mV gestellt, was über das Hebelarm-Argument in einer energetischen Auflösung von etwa 6.7 meV resultiert (Gl. 2.23). Die Amplituden ΔG aus den Transienten als Funktion der Entladespannung ist in Abb. 5.4(b) aufgetragen. Zu erkennen ist ein typisches Ladespektrum mit sechs unterschiedlichen Grundzuständen ähnlich dem Kapazitätsspektrum in Abb. 4.3(a). Nur wenn Elektronen zwischen beiden Elektronensystemen tunneln können, wird eine Amplitude in den Transienten gemessen. Ist die Resonanzbedingung (vgl. Gl. 2.25) nicht erfüllt, wie es z. B. im Gate-Spannungsintervall von -0.3 V bis -0.2 V der Fall ist, verschwindet die Amplitude. So ist man in der Lage mit dieser zeitaufgelösten Spektroskopiemethode, die Zustandsdichte des Quantenpunkt-Ensembles abzutasten. Zum Vergleich ist in Abb. 5.4(a) auch ein Ladespektrum aus der Kapazitätsspektroskopie geplottet. Der direkte Vergleich macht deutlich, dass

³Die Wiederholungsrate ist abhängig von der Pulslänge und konnte bei schnellen Pulsfolgen bis zu $5000\times$ betragen.

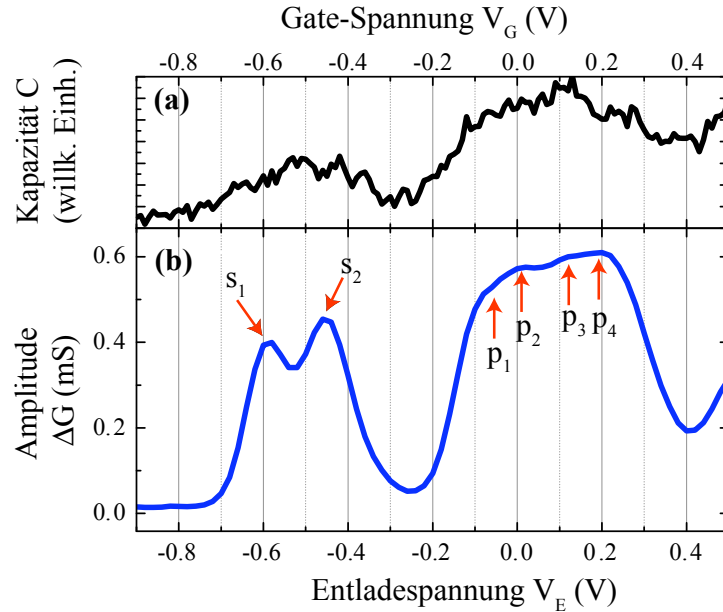


Abbildung 5.4.: (a) Kapazitätsspektrum der Struktur # 11497 im Vergleich zum Ladespektrum, welches aus der zeitaufgelösten Transportspektroskopie ermittelt worden ist (b) [Marquardt, 2009].

das Ladespektrum aus der zeitaufgelösten Messung die einzelnen Gleichgewichtszustände mit unterschiedlichen Besetzungszahlen sehr viel besser aufzulösen vermag. Zum Beispiel ist eindeutig die Doppel-Peak-Struktur der s-Zustände zu identifizieren. Im Weiteren können sogar grob die einzelnen p-Zustände aufgelöst werden. Der Vergleich der Ladespektren in Abb. 5.4 macht deutlich, dass für Untersuchung von sehr schwach gekoppelten Proben die zeitaufgelöste Transportspektroskopie besser geeignet ist als die Kapazitätsspektroskopie.

Aus der direkten Messung der Tunneldynamik kann durch geeignete Pulsfolgen auf die energetische Struktur der Quantenpunkte geschlossen werden. Defekte, Fehlstellen oder Dotieratome können als Ursache der gemessenen Transienten in Abb. 5.1 eindeutig ausgeschlossen werden.

Die zeitaufgelöste Transportspektroskopie ist nicht nur auf rein elektronische Systeme begrenzt; es konnte im Rahmen dieser Arbeit gezeigt werden, dass sie auch auf lochartige Proben mit völlig unterschiedlichen Kopplungsstärken angewendet werden kann [Nowozin, 2011; Beckel, 2010].

Die Abbildungen 5.5(a)+(c) zeigen Ladespektren aus einer zeitaufgelösten Messung an zwei

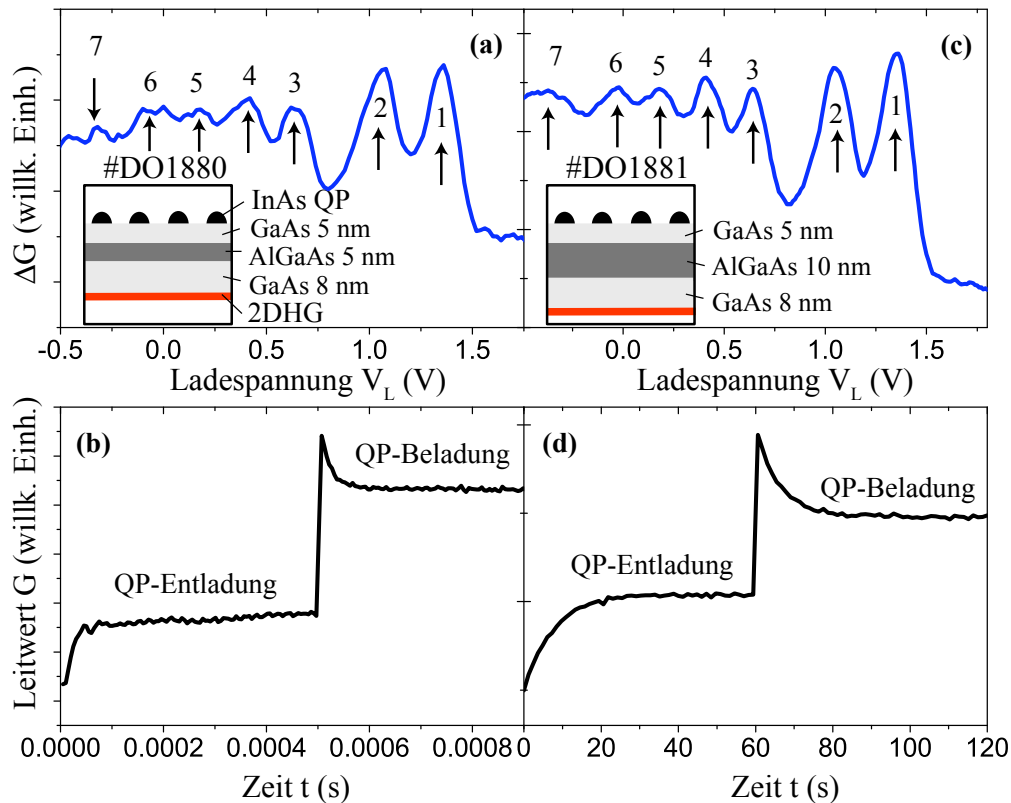


Abbildung 5.5.: Vergleich von lochartigen Strukturen mit unterschiedlichen Kopplungsstärken: (a) Ladespektrum einer lochartigen Struktur mit sehr starker Kopplung, exemplarisch mit einer Entlade- und Belade-Transiente (b). (c) Ladespektrum einer lochartigen Struktur mit sehr schwacher Kopplung, exemplarisch mit einer Entlade- und Belade-Transiente (d).

unterschiedlich stark gekoppelten Lochproben. Abbildungen 5.5(b)+(d) stellen exemplarisch die dazugehörigen Transienten für einen einzigen Rechteckpuls dar. Diese beiden Proben differieren sehr stark in ihrer Kopplungsstärke zwischen dem zweidimensionalen Lochgas (2DHG⁴) und den InAs Quantenpunkten. Wie bei den elektronischen Proben wird dies durch die unterschiedlichen Tunnelbarrieren realisiert. Die aktive Region des Probenmaterials #DO1880 ist aus einer insgesamt 18 nm dicken Tunnelbarriere aufgebaut, bestehend aus einer zusammen 13 nm GaAs- und 5 nm Al_{0,9}Ga_{0,1}As-Schicht. Diese Tunnelbarriere führt zu Tunnelzeiten von wenigen Mikrosekunden (siehe Abb. 5.5(b)). Die Auswertung der gemessenen Transienten nach ihrer Amplitude ergibt ein Ladespektrum (Abb. 5.5(a)), in welchem recht deutlich die ersten sieben lochartigen Grundzustände aufgelöst werden können.

Der Tunnelbarriere von Probe #DO1881 wurden zusätzlich 5 nm Al_{0,9}Ga_{0,1}As hinzugefügt, was beachtliche Auswirkungen auf die Tunnelzeiten hat. Durch diese zusätzliche energetische Barriere, wird die Tunnelzeit um fünf Größenordnungen verlängert. An diesem Probenmaterial werden Tunnelzeiten von 8 s bis 34 s gemessen [Beckel, 2010], was fern jeglicher Untersuchungsmöglichkeiten mit der frequenzabhängigen Kapazitätsspektroskopie ist. Die Auswertung der gemessenen Transientenamplituden ΔG ergibt ein Ladespektrum, welches im Rahmen der Messgenauigkeit identisch zu dem der sehr stark gekoppelten Probe ist.

Dieser Vergleich macht deutlich, wie mächtig die zeitaufgelöste Transportspektroskopie bezüglich der von ihr abgedeckten Zeitskalen ist. Diese Technik ist in der Lage Proben zu untersuchen, die sich in der Tunnelzeit um mehr als fünf Größenordnungen unterscheiden. Zudem konnte die Übertragung der Messtechnik auf lochartige Probe problemlos erfolgen. Dies ist insofern interessant, da lochartige Ladungsträgersysteme ganz besondere physikalische Eigenschaften (z. B. große Einschlussenergien, lange Spinrelaxationszeiten, geringe Hyperfeinwechselwirkung mit Umgebung usw.) besitzen, die sie für Anwendungen als Komponenten von nicht-flüchtigen Speicherzellen [Marent, 2007, 2011] bzw. zur Erzeugung von Spin-Qubits auf Basis selbstanorganisierter Quantenpunkte prädestinieren [Brunner, 2009; Gerardot, 2008].

5.1.2 Transporteigenschaften des 2DEGs unter Einfluß geladener Quantenpunkte

Im vorherigen Kapitel wurde dargestellt, dass die zeitaufgelöste Transportspektroskopie in der Lage ist, durch eine geschickte Wahl von elektrischen Pulsfolgen, Vielteilchen-Grundzustände in Quantenpunkten mit unterschiedlichen elektronischen und lochartigen Besetzungskonfigurationen zu präparieren und auszulesen. Diese Messtechnik wird in diesem Kapitel aufgegriffen, um die noch nicht vollständig geklärte Frage zu untersuchen, wie geladene Quantenpunkte die Transportparameter des nahegelegenen 2DEGs im Detail beeinflussen. Für dieses Vorhaben wurde die Zweipunkt-Messung in eine Vierpunkt-Messung weiterentwickelt (siehe Kapitel 3.3.2). Das Transportverhalten eines zweidimensionalen Elektronengases kann mit ei-

⁴engl.: 2D hole gas.

ner Leitfähigkeitsmessung beschrieben werden, welche im Drude-Modell von zwei Parametern beeinflusst wird:

$$\sigma_{2d} = e n_{2d} \mu_{2d}. \quad (5.3)$$

Die eine Größe stellt die Ladungsträgerdichte n_{2d} und die andere die Beweglichkeit μ_{2d} dar.

In einer Zweipunkt-Messung kann nur der Leitwert G , der proportional zum Produkt der beiden Transportparameter ist, gemessen werden. Eine Vierpunkt-Messung in Anwesenheit eines zur Stromrichtung senkrechten Magnetfeldes erlaubt es unabhängig voneinander, die Ladungsträgerdichte n_{2d} und Leitfähigkeit σ_{2d} aufzunehmen, woraus nach Gl. 5.3 die Beweglichkeit μ_{2d} berechnet werden kann⁵ (siehe auch Gl. 3.5 & 3.6).

Untersuchungen des Einflusses von geladenen selbstorganisierten Quantenpunkten auf das Transportverhalten eines 2D Elektronenkanals waren in der Vergangenheit schon häufig Gegenstand der Forschung. Mitte der 90er Jahre wurde an Proben, die den hier untersuchten Strukturen sehr ähnlich sind, festgestellt, dass die Beweglichkeit des 2DEGs massiv abnimmt, wenn die Tunnelbarriere reduziert oder die Quantenpunktdichte erhöht wird. Die Autoren führten die Reduktion aber nicht direkt auf den Einfluss der Elektronen in den Quantenpunkten zurück, sondern auf die modifizierte Leitungsbandkante, welche durch die strukturellen Verspannungen der epitaktisch gewachsenen Quantenpunkte induziert werden [Sakaki, 1995].

An Proben, in welchen die selbstorganisierten Quantenpunkte in unmittelbarer Nähe eines 2DEGs gewachsen worden sind, konnten Verschiebungen der Quanten-Hall Plateaus beobachtet werden, welche auf eine repulsive Eigenschaft der geladenen Quantenpunkte hinweisen [Ribeiro, 1998; Kim, 1998]. Der sehr geringe Abstand zwischen 2DEG und Quantenpunkte ($d < 5 \text{ nm}$) machte eine Kontrolle des Ladungszustandes der Quantenpunkte aber unmöglich.

Ein etwas anderes Resultat erzielten Zhukov [2003] *et al.* an Proben mit starken Störpotenzialen. Sie stellten fest, dass selbstorganisierte Quantenpunkte die Transporteigenschaften des 2DEGs sogar verbessern konnten, wenn die Quantenpunkte nicht die dominante Ursache der Potenzialmodulationen darstellen. Die geladenen Quantenpunkte schirmen in diesem speziellen Fall das attraktive Störpotenzial durch ihr repulsives Coulomb-Potenzial ab und erhöhen die Beweglichkeit des 2DEGs.

Russ [2006a] *et al.* konnten ein iteratives Modell entwickeln, welches in einer Probe mit einer beliebigen Anzahl von dimensionsreduzierten Elektronensystemen erlaubt, deren Ladezustände experimentell zu bestimmen. Auch konnten sie in einem theoretischen Modell, den Einfluss geladener Quantenpunkte auf die Beweglichkeit eines 2DEGs simulieren und mit experimentellen Werten vergleichen [Russ, 2006b].

Nichtsdestotrotz, ist es bis heute nicht vollständig geklärt, welche Eigenschaften der Quantenpunkt-Elektronen die Leitfähigkeit des 2DEGs dominierend beeinflussen. Wird die Leitfähigkeit des 2DEGs hauptsächlich durch die Änderung ihrer Beweglichkeit oder ihrer

⁵Diese Beziehungen gelten nur für kleine Magnetfelder, bei denen die Leitfähigkeit nicht beeinflusst wird.

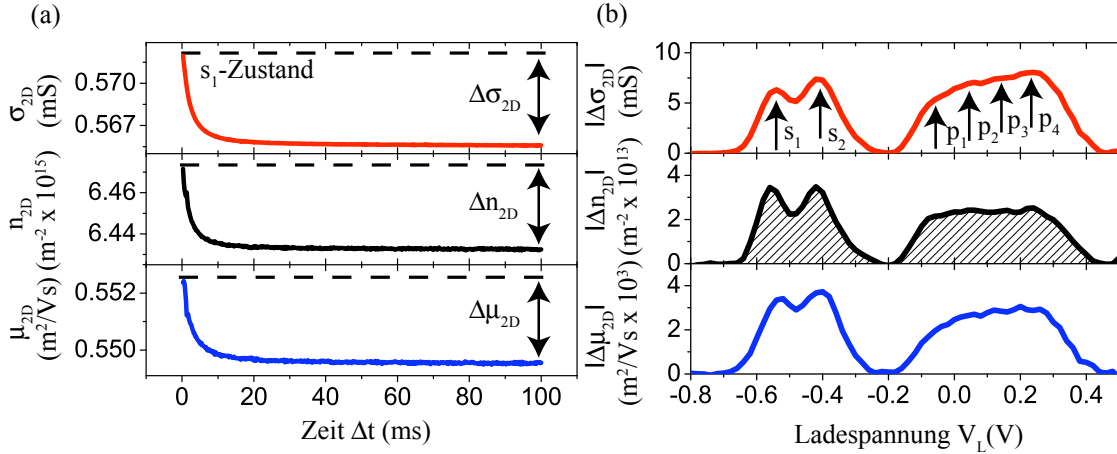


Abbildung 5.6.: (a) Eine exemplarische Leitfähigkeits-, Ladungsträgerdichte- und Beweglichkeitstransiente bei einer konstanten s_1 -Ladespannung. (b) Nach der Auswertung der Amplituden aus (a) erhält man die Ladespektren [Marquardt, 2011b]. Da die Abriffe für die Hall-Spannung V_y in der Hallbar-Geometrie lateral von der Mitte versetzt sind, wurde das Spektrum der Ladungsträgerdichte in der Gate-Spannung entsprechend korrigiert.

Elektronendichte beeinflusst? In diesem Kapitel wird versucht auf diese Frage eine quantitative Antwort zu finden.

Im durchgeführten Experiment wird dem 2DEG ein konstanter Strom von $3.2 \mu\text{A}$ aufgeprägt (siehe Kapitel 3.3.2). Eine Vierpunkt-Messung an einer Hallbar-Geometrie erlaubt es, zeitaufgelöst die longitudinale und transversale Spannung V_x bzw. V_y aufzunehmen. Aus den Spannungen können dann mit Gl. 3.5 & 3.6 unabhängig voneinander die Ladungsträgerdichte n_{2d} und die Beweglichkeit μ_{2d} des 2DEGs in der Zeitdomäne bestimmt werden.

In Abbildung 5.6(a) sind die drei Ladetransienten der Ladungsträgerdichte, der spezifischen Leitfähigkeit und der Beweglichkeit im 2DEG dargestellt, wenn die Gate-Spannung abrupt so eingestellt wird, dass im Mittel ein Elektron in den s_1 -Zustand tunnelt. Die Daten vor der RC-Zeitkonstanten des Bauelements ($\Delta t < \tau_{RC} = 0.3 \text{ ms}$) sind in dieser Auftragung nicht berücksichtigt worden. Wie in den vorherigen Kapiteln erläutert, hat der elektronische Ladeprozess der Quantenpunkte Auswirkungen auf die Transporteigenschaften des 2DEGs. Zum einen nimmt die Anzahl der Ladungsträger im 2DEG ab, da nun ein Teil der Elektronen in den Quantenpunkten lokalisiert ist und dem 2DEG nicht mehr zur Verfügung steht (siehe Abb. 5.6(a)). Zum anderen nimmt die Streueigenschaft eines geladenen Quantenpunktes auf das 2DEG mit zunehmender Anzahl von Elektronen in den Quantenpunkten zu. Dies führt dazu, dass gemäß der Matthiesen-Regel (vgl. Gl. 2.9) die Gesamtstreuzeit τ der 2D Ladungsträger kürzer und dadurch die Beweglichkeit reduziert wird (siehe Abb. 5.6(a)) [Stern, 1967; Gold, 1988; Russ, 2006b]. Gleichzeitig ist das Abschirmungsvermögen eines 2D Elektronengases gegenüber einem äußeren Störpotenzials abhängig von dessen Ladungsträgerdichte (Thomas-Fermi Abschirmung [Davies, 1998]). Auch dieser Umstand beeinflusst die Gesamtstrelänge τ

der Ladungsträger im 2DEG.

Sowohl die Änderung in der Ladungsträgerdichte als auch in der Beweglichkeit fließt in die Gesamtänderung der Leitfähigkeit ein. Das entsprechende Differential der Leitfähigkeit σ_{2d} (Gl. 5.3) lautet:

$$d\sigma_{2D} = e \mu_{2D} dn_{2D} + e n_{2D} d\mu_{2D}. \quad (5.4)$$

Die Pulsfolge zur Spektroskopie von Vielteilchen-Grundzuständen, die in Kapitel 5.1.1 vorgestellt wurde, wird nun analog in einer Vierpunkt-Anordnung angewendet. Die Gate-Spannungsamplitude ΔV_G beträgt in diesem Experiment 40 mV. Die Messung erfolgte bei einer Temperatur von etwa 4.2 K und einem Magnetfeld senkrecht zum 2DEG von 0.5 T.

Die Auswertung der Transientenamplituden der spezifischen Leitfähigkeit, Ladungsträgerdichte und Beweglichkeit ergeben die in Abb. 5.6(b) aufgetragenen Ladespektren. Hier soll angemerkt werden, dass für die Auswertung auch die QP-Entladetransienten genutzt werden können. Man erhält qualitativ identische Resultate (hier nicht gezeigt). Bei der folgenden Auswertung der Ladetransienten wird der Betrag der zeitlichen Änderung aufgetragen, welche durch den QP-Ladeprozess verursacht wird.

In allen drei Spektren können deutlich sechs Lademaxima aufgelöst werden, welche die Besetzung der Quantenpunkte mit einer unterschiedlichen Anzahl von Elektronen beschreiben (analog zu Abb. 5.4).

Das Ladespektrum aus Abb. 5.6(b), welches aus der Ladungsträgeränderung im 2DEGs resultiert, ist in Abb. 5.7 vergrößert dargestellt. Das Spektrum gibt als Funktion der Ladespannung V_L an, wie viele Elektronen in einem Spannungspuls mit der Amplitude ΔV_G vom 2DEG in die Quantenpunkte transferiert werden. Die gesamte schraffierte Fläche ist proportional zur Anzahl der Ladungsträger im Quantenpunkt-Ensemble. Es bietet eine deutlich bessere Auflösung der einzelnen Zustände als das Spektrum aus einer Zweipunkt-Messung (siehe Abb. 5.4). Besonders das *Peak-to-Valley* Verhältnis der beiden s-Zustände ist erwähnenswert.

Aus diesem Spektrum ist es möglich, die Anzahl der Elektronen im Quantenpunkt-Ensemble Δn_{QP} auszurechnen. Dafür muss der Elektronen-Anteil im 2DEG bekannt sein, welcher durch die QP-Elektronen verarmt wird. Russ [2006a] *et al.* konnten theoretisch zeigen, dass im untersuchten Bauelement – bestehend aus drei Elektronensystemen (Gate-Elektrode, QP-Schicht und 2DEG mit dem Hebelarm λ) – folgende Beziehung gilt:

$$\Delta n_{QP} \sim \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right) \Delta n_{2d}. \quad (5.5)$$

Aus Gl. 5.5 und einen Hebelarm von 6 folgt, dass N Elektronen in den Quantenpunkten etwa $5/6 \times N$ Elektronen im 2DEG (83 %) verarmen. Die gemessene Änderung der Elektronendichte im 2DEG Δn_{2d} weicht demnach um den Faktor 6/5 von der tatsächlichen Elektronenzahl Δn_{QP} im Quantenpunkt-Ensemble ab.

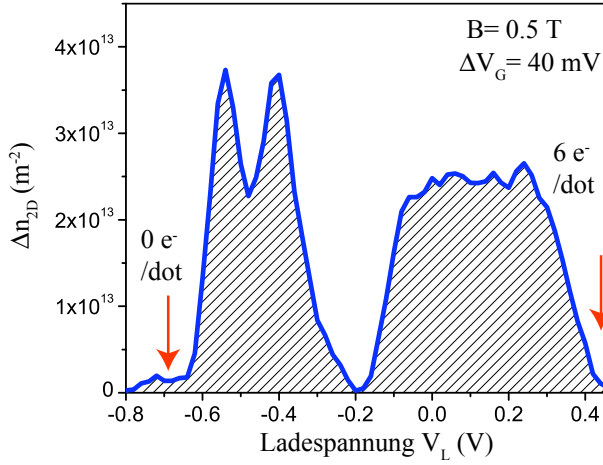


Abbildung 5.7: Das Ladespektrum der Quantenpunkte aus der Ladungsträgermessung. Es wurde ein parabolischer Untergrund abgezogen. Über die Integration des Spektrums kann auf die Quantenpunktdichte geschlossen werden.

Um die Fächendichte der Elektronen im QP-Ensemble⁶ zu ermitteln, muss dann das folgende Integral gelöst werden:

$$\Delta n_{\text{QP}} = \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)^{-1} \frac{1}{\Delta V_{\text{G}}} \int_{\text{leer}}^{\text{voll}} \Delta n_{2\text{d}} dV_{\text{L}}, \quad (5.6)$$

wobei ΔV_{G} die Gate-Spannungsamplitude der angelegten Pulse ist ($\Delta V_{\text{G}} = 40 \text{ mV}$). Durch den Faktor $\left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)^{-1}$ werden die Abschirmeffekte der QP-Elektronen korrigiert. Es resultiert eine Elektronendichte in der Quantenpunkt-Schicht von:

$$\Delta n_{\text{QP}} = 5.7 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}. \quad (5.7)$$

Aus dem Wert kann in einem weiteren Schritt die Quantenpunktdichte N_{QP} ermittelt werden. Dafür muss Δn_{QP} durch die Anzahl der involvierten QP-Zustände $N (= 6)$ geteilt werden. Es folgt für die Quantenpunktdichte:

$$\frac{\Delta n_{\text{QP}}}{N} = N_{\text{QP}} = 9.5 \times 10^9 \text{ cm}^{-2}. \quad (5.8)$$

Dieser Wert kann mit Ergebnissen verglichen werden, die über eine komplementäre Methode ermittelt worden sind. Es wurden Proben hergestellt, denen auf der Oberfläche unter ähnlichen experimentellen Bedingungen eine Quantenpunktschicht gewachsen worden sind. Das Abzählen der Quantenpunkte mittels SEM⁷-Aufnahmen ergab einen Wert von etwa $8.3 \times 10^9 \text{ cm}^{-2}$ [Marquardt, 2006]. Dies ist eine zufriedenstellende Übereinstimmung, wenn die Fehlerquel-

⁶Für den Fall der vollständig gefüllten Quantenpunkte ($N = 6$).

⁷engl. scanning electron microscopy.

len dieser Messung bedacht werden. Die dominierende Fehlerquelle ist die Unkenntnis des *effektiven* Hebelarms λ der Probe. Dieser kann vom geometrischen Hebelarm sehr stark differieren⁸[Beckel, 2010]. Den ‚echten‘ Hebelarm der vorliegenden Probenstruktur erhält man unter Einbeziehung der verschiedenen Dielektrizitätskonstanten, der genauen elektronischen Struktur des Rückkontakts und des Besetzungszustandes der Quantenpunkte [Russ, 2006a]. Er ergibt einen stets höheren Wert als der angenommene geometrische Hebelarm. Die errechnete Elektronendichte im QP-Ensemble (Gl. 5.6) ist demnach systematisch zu groß. Weiterhin ist der Hebelarm eine Funktion der Gate-Spannung. Durch steigende Gate-Spannungen verschiebt sich der 2D Rückkontakt wenige Nanometer zur Probenoberfläche, was in ein Ansteigen des Hebelarms resultiert. In Gl. 5.6 wurde der Hebelarm konstant gesetzt, so dass ein Fehler zu erwarten ist, welcher den ermittelten Wert als zu groß erscheinen lässt. Die weitere Unbekannte ist die genaue Zahl der eingebetteten Quantenpunkte, mit welcher der experimentell an der Oberfläche ermittelte Wert verglichen wird. Die Quantenpunktdichte kann sich trotz ähnlicher Wachstumsbedingungen von Probe zu Probe unterscheiden.

Eine alternative Methode zur experimentellen Bestimmung vergrabener Quantenpunkte ist die Auswertung der Quantenpunkt-induzierten Kapazitätsmodulationen ΔC (vgl. Abb. 4.1) [Lorke, 1999]. Die Unkenntnis des effektiven Hebelarms geht in dieser Auswertung noch weitaus stärker ein, so dass die ermittelten Quantenpunktdichten um einen Faktor 2 abweichen können [Russ, 2006a]. In der Kapazitätsmessung trägt nur ein Bruchteil ($1/\lambda$) der Elektronen in den Quantenpunkten zum Messsignal bei. Hier gilt [Lorke, 1999]:

$$\Delta C \sim \frac{1}{\lambda} \frac{\Delta n_{\text{QP}}}{\Delta V_G} \stackrel{\lambda \approx 6}{=} 17 \% \frac{\Delta n_{\text{QP}}}{\Delta V_G}. \quad (5.9)$$

Daher ist die Messung der Quantenpunktdichte mit der Methode der zeitaufgelösten Transportspektroskopie weitaus präziser als die Auswertung der Kapazitätsamplituden.

Die Kenntnis der Anzahl der vergrabenen Quantenpunkte ist wichtig für das Verständnis und Optimierung des epitaktischen Quantenpunkt-Wachstums. Weiterhin ist das Wissen um die Anzahl der Quantenpunkte relevant für Untersuchungen des Einflusses der Quantenpunkte auf die Transporteigenschaften des 2DEGs.

Neben der experimentellen Messung der Quantenpunktdichte machen die Spektren in Abb. 5.6 auch quantitative Aussagen über den Einfluß geladener Quantenpunkte auf das Transportverhalten des 2DEGs möglich. Abbildung 5.8(a) zeigt die drei Transportparameter als Funktion der Gate-Spannung nach 100 ms, wenn die Quantenpunkte und das 2DEG im Gleichgewicht sind. Wie zu erwarten, steigt die Elektronendichte des 2DEGs nahezu linear mit der Gate-Spannung an [Ando, 1982]. Dieser Elektronenanstieg im 2DEG verursacht eine Erhöhung der Leitfähigkeit und der Beweglichkeit. Die grau hinterlegten Spannungsbereiche markieren die Ladespannungen der Quantenpunkt-Zustände (vgl. Abb. 5.4).

⁸An einem 0D/2DHG-System, in welchem sich das Lochgas in einem Quantentopf ausbildet, konnte sich der Hebelarm um einen Faktor 2 verändern [Beckel, 2010].

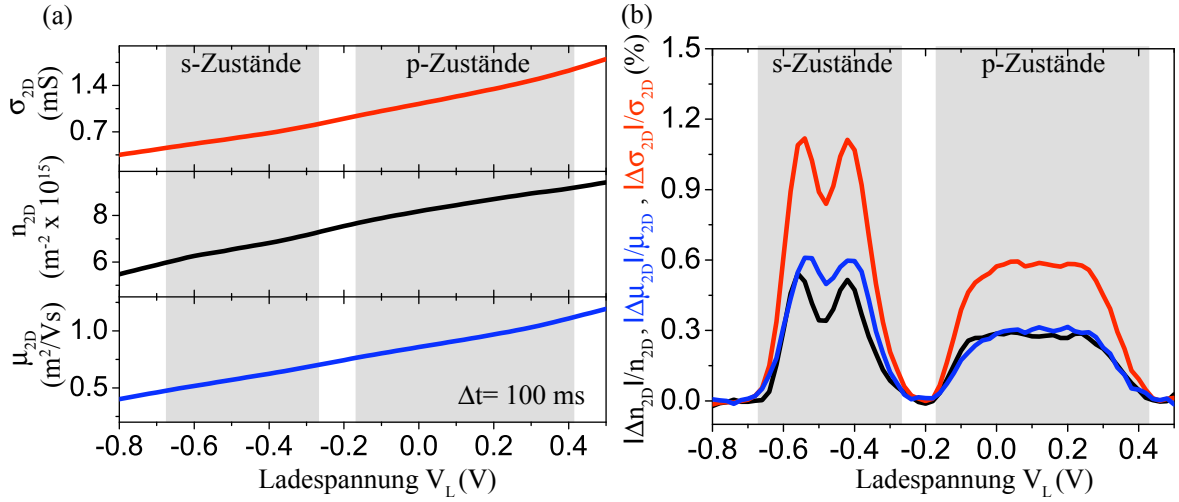


Abbildung 5.8.: (a) Die Leitfähigkeit, die Ladungsträgerdichte und die Beweglichkeit im 2DEG nach 100 ms als Funktion der Ladespannung. (b) Die relative Änderung der drei Transportparameter gegenüber der angelegten Ladespannung [Marquardt, 2011b].

In den Gleichgewichtsmessungen aus Abb. 5.8(a) ist der Einfluss der Quantenpunkt-Elektronen nur sehr schwach ausgeprägt. In der ersten Ableitung der Kurven kann der Einfluss der Quantenpunkte sichtbar gemacht werden [Russ, 2006a; Marquardt, 2006]. Diese Daten haben den Nachteil, dass hier alle Streupotenziale wie z. B. die ionischen Si-Dotieratome oder auch die piezo-elektrischen Potenziale der Quantenpunkte mit einbezogen werden müssen [Russ, 2006b]. Die Auswertung der Transienten aus der zeitaufgelösten Messung (Abb. 5.6) erlaubt es, den reinen Einfluss durch die Quantenpunkt-Elektronen zu extrahieren. Aus der Kenntnis der Anzahl der Ladung, die in das QP-Ensemble tunneln, in Kombination mit der damit einhergehenden Leitfähigkeitsänderung kann auf die Beweglichkeitsänderung geschlossen werden.

Wird die Gesamtänderung der Leitfähigkeit in Gl. 5.10 durch den Gleichgewichtswert dividiert, erhält man:

$$\frac{d\sigma_{2D}}{\sigma_{2D}} = \frac{dn_{2D}}{n_{2D}} + \frac{d\mu_{2D}}{\mu_{2D}}. \quad (5.10)$$

Diese Gleichung verdeutlicht, dass eine Änderung der Leitfähigkeit $d\sigma_{2D}$ sich additiv aus der Änderung der Ladungsdichte dn_{2D} und der Beweglichkeit $d\mu_{2D}$ zusammensetzt.

In Abb. 5.8(b) sind die relativen Änderungen der drei Transportparameter pro Spannungspuls ΔV_G aus Gl. 5.10 als Funktion der Ladespannung V_L aufgetragen.

Aus diesen Daten kann der Einfluss einer *einzelnen* Ladung⁹ in den Quantenpunkten auf das Transportverhalten des 2DEGs extrahiert werden. Um den Einfluss eines geladenen Zustandes auf das 2DEG zu ermitteln, muss über einen gesamten Gauss-verbreiterten Zustand integriert

⁹Genauer gesagt ist die einzelne Ladung pro Quantenpunkt gemeint.

werden. Äquivalent kann über N Zustände integriert und entsprechend durch N geteilt werden. In Gl. 5.11 ist das Integral exemplarisch für die Leitfähigkeit dargestellt:

$$\frac{1}{N\Delta V_G} \int \frac{\Delta\sigma_{2d}}{\sigma_{2d}} dV_L. \quad (5.11)$$

Die ermittelten Werte sind in Tab. 5.1 eingetragen. Die relative Änderung der Leitfähigkeit im 2DEG durch die Besetzung eines QP-Zustandes beträgt im Mittel 2.3 %. Diese Leitfähigkeits-Reduktion setzt sich in nahezu gleichen Teilen aus der Elektronendichte- und Beweglichkeits-änderung zusammen. Sie beeinflussen die Leitfähigkeit des 2DEGs um 1.0 % (Ladungsträgerdichte) bzw. 1.3 % (Beweglichkeit). In Abb. 5.8(b) ist zu erkennen, dass dieser Wert nicht für jeden Zustand identisch ist, daher wurde der Einfluss zwischen s- und p- Zuständen separiert. Der Einfluss der s-Elektronen ist fast doppelt so groß wie der der p-Elektronen (siehe Tab. 5.1). Diese Beobachtung kann mit der ansteigenden Ladungsträgerdichte im 2DEG und der daraus resultierenden besseren Abschirmfähigkeit gegenüber Störpotenzialen (z. B. geladene Quantenpunkte) bei hohen Gate-Spannungen erklärt werden (siehe Abb. 5.8). Eine weitere Ursache stellt das endliche RC-Glied ($\tau_{RC} \sim 0.3$ ms) des Bauelements und die damit limitierte Zeitauflösung des Experiments dar. Ladungen, die vor der RC-Zeitkonstante in die Quantenpunkte getunnelt sind, tragen nicht zur Amplitude der Stromtransiente bei. Dieser nicht berücksichtigte Anteil ist für die schnell tunnelnden p-Elektronen ($\tau_p \sim 1.4$ ms) größer als für die langsamen s-Elektronen ($\tau_s \sim 5.3$ ms)¹⁰.

Die errechnete Gesamtänderung der Leitfähigkeit des 2DEGs (aufsummiert über alle Zustände) beträgt 13.4 %. Dieser Wert kann durch Reduzierung der Ladungsträgerdichte n_{2d} im Gleichgewicht noch erheblich verstärkt werden. Die Ladungsträgerdichte der untersuchten Probe ist mit fast $8 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ (siehe Abb. 5.8) verhältnismäßig hoch. Marent [2011] *et al.* konnten an Proben mit kleiner Ladungsträgerdichte eine Hystereseeöffnung von über 30 % messen.

¹⁰Es ergibt sich einen relativen Unterschied in der Amplitude zwischen s- und p-Elektronen von $\Delta I_{sp} \propto \exp(-t_{RC}/\tau_s) - \exp(-t_{RC}/\tau_p)$.

	RELATIVE ÄNDERUNG IM 2DEG PRO QP-ELEKTRON DER		
	LEITFÄHIGKEIT	LADUNGSTRÄGERDICHTEN	BEWEGLICHKEIT
s-Zustände	3.5 %	1.5 %	2.0 %
p-Zustände	1.6 %	0.8 %	0.8 %
Mittelwert	2.3 %	1.0 %	1.3 %
Gesamtänderung	13.4 %	6.2 %	7.2 %

Tabelle 5.1.: Einfluss der einzelnen geladenen QP-Zustände auf das Transportverhalten des 2DEGs, aufgeschlüsselt nach Ladungsträgerdichte, Beweglichkeit und Leitfähigkeit. Die Gesamtänderung ergibt sich aus der Summation der einzelnen Beiträge für den vollständig gefüllten Quantenpunkt ($N = 6$).

Die Ergebnisse dieses Kapitels stellen einen Beitrag zum genauen Verständnis des Einflusses von geladenen Quantenpunkten auf die Transporteigenschaften des 2DEGs dar [Marquardt, 2011b]. Es konnte zum ersten Mal detailliert der Einfluss von *individuell aufgelöst*, geladenen QP-Zustände auf das 2DEG untersucht werden. Die Methode der zeitaufgelösten Transportspektroskopie ermöglicht in zukünftigen Experimenten diesen Einfluss auf ihre Temperaturabhängigkeit zu untersuchen. Dies wären wichtige Erkenntnisse für die Anwendbarkeit von selbstorganisierten Quantenpunkten in Bauelementen bei Raumtemperatur.

5.1.3 Hysteresemessungen

In diesem Kapitel soll die Fähigkeit untersucht werden, selbstorganisierte Quantenpunkten auch als Speichermedium zu nutzen. Eine charakteristische Eigenschaft eines jeden potenziellen Speichers ist die Ausbildung einer Hysterese, die – abhängig von der „Vorgeschichte“ des Bauelements – den Speicherzustand darstellt. Diese Hysterese entsteht bei Ladungsspeichern durch eine Ladungsumschichtung zwischen zwei Systemen im Nichtgleichgewicht. In kommerziell erhältlichen persistenten Flash-Speichern dient ein sog. Floating-Gate als Ladungsspeichereinheit, welche über eine Tunnelkopplung mit einem zweidimensionalen Elektronenkanal verbunden ist [Pavan, 1997]. Die Ladungen auf dem Floating-Gate beeinflussen über den Feldeffekt die Transporteigenschaften des 2DEGs. So kann durch eine Strommessung am 2DEG der Ladungszustand des Floating-Gates ausgelesen werden. Die konzeptionelle Ähnlichkeit der in dieser Arbeit untersuchten Struktur mit Flash-Speichern (MISFET+Floating-Gate) demonstriert die Möglichkeit ein Speicherbauelement auf Basis selbstorganisierter Quantenpunkte zu realisieren. Hier dient als Ladungsspeichermedium kein dreidimensionales Floating-Gate, sondern eine Schicht aus selbstorganisierten InAs Quantenpunkten, die über eine Gate-Elektrode kontrolliert mit Elektronen aus dem 2DEG beladen, entladen und via Strommessungen ausgelesen werden können. Ein binäres Informationsbit wird durch die beiden Zustände der vollständig verarmten bzw. vollständig gefüllten Quantenpunkte gebildet.

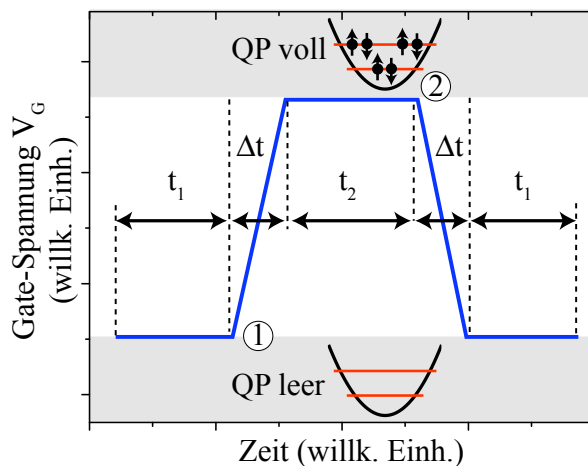


Abbildung 5.9: Schematische Darstellung der verwendeten Pulsfolge für eine Hysteresemessung.

In der Vergangenheit konnte die Speicherfähigkeit von InAs Quantenpunkten schon experimentell bestätigt werden [Yusa, 1997; Finley, 1998; Shields, 1999]. Diese Gruppen aber benötigen mindestens eine Lichtanregung in ihrer Operation, um die Quantenpunkte zu be- bzw. entladen. Optische Komponenten sind aus der Anwendungsperspektive sehr kritisch zu sehen, da sie sich nicht in die klassische hochintegrierte Computertechnologie implementieren lassen. Ein vollständig elektrisches Experiment zur Ladungsspeicherung ist daher aus dieser Sicht sehr wünschenswert. In Kapazitätsmessungen an dioden-artigen Strukturen mit eingebetteten Quantenpunkten ist diese Ladungsspeicherung schon untersucht worden [Geller, 2008].

Der Operationszyklus einer rein elektrischen Hysteresemessung ist schematisch in Abb. 5.9 dargestellt. Die Operation beginnt mit einer vollständigen Verarmung der Quantenpunkte (Abb. 5.9, ①). Die Gate-Spannung muss entsprechend auf einen Wert gesetzt werden, der kleiner ist als die Ladespannung des ersten s -Zustandes. Die Dauer des Pulses t_1 ergibt sich aus der Tunnelzeit der Quantenpunkt-Elektronen. Es muss sichergestellt werden, dass die Quantenpunkte nach der Zeit t_1 vollständig verarmt sind ($t_1 > \tau_{s,p}$). Es folgt eine linear ansteigende Spannungsrampe zur Ladespannung der Quantenpunkte innerhalb der Zeit Δt . Nun wird dem System genügend Zeit t_2 gegeben, um die Quantenpunkte vollständig mit Elektronen zu befüllen (Abb. 5.9, ②). Im Zustand gefüllter Quantenpunkte, wird die Gate-Spannung über eine negative Rampe zurück auf die Verarmungsspannung gefahren.

Abbildung 5.10 stellt nun das Ergebnis eines solchen Experiments am Probenmaterial #11497 bei einer Temperatur von 4.2 K dar. Hier ist der gemessene Leitwert des 2DEGs als Funktion der Gate-Spannung aufgetragen. Die Grafiken innerhalb der Abbildung veranschaulichen illustrativ den Einfluss der Quantenpunkte auf das 2DEG, während der Spannungsänderung. Die Quantenpunkt-Verarmungsspannung liegt hier bei -1 V (Abb. 5.10, ①),

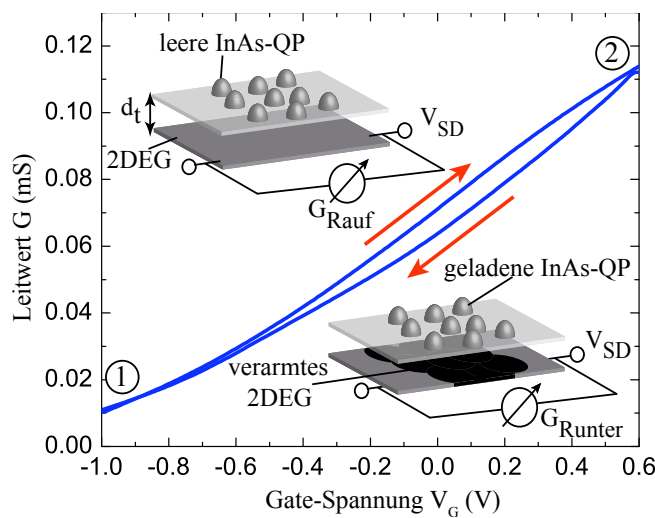


Abbildung 5.10.: Eine Hysteresemessung durchgeführt an der Struktur # 11497, wobei die Scanzeit $\Delta t = 2$ ms betrug [Marquardt, 2009].

was kleiner ist als die Ladespannung des ersten Quantenzustandes s_1 (siehe Abb. 4.3, $V_{s1} \approx -0.6$ V). Die Verweilzeit t_1 dort beträgt 200 ms, so dass eine vollständige Verarmung der Quantenpunkte garantiert werden kann ($t_1 \gg \tau_{s,p}$). Die folgende Rampe fährt die Gate-Spannung innerhalb von 2 ms auf die Ladespannung von 0.5 V, und ist damit schneller als die mittlere elektronische Tunnelzeit in die Quantenpunkte. Daher bleiben die Quantenpunkte, während der gesamten Aufwärtsrampe, unbesetzt und beeinflussen nicht das Transportverhalten des 2DEGs. Die Verweilzeit t_2 an der Ladespannung (siehe Abb. 5.10, ②) beträgt 200 ms, was genügt, um die Quantenpunkte mit jeweils sechs Elektronen zu füllen. Nach Gleichung 5.5 verarmt jedes Elektron im Quantenpunkt näherungsweise ein Elektron im 2DEG. In einer äquivalenten Betrachtung kann dies auch als eine abschirmende Bildladung beschrieben werden. Diese Reduktion in der Ladungsträgerdichte des 2DEGs in Kombination mit der Erhöhung der Streufähigkeit der geladenen Quantenpunkte, verringert die Leitfähigkeit des 2DEGs (siehe Kapitel 5.1.2). Analog zur Aufwärtsrampe, bleibt der Quantenzustand (gefüllt), während der schnellen Abwärtsrampe, erhalten. Die Quantenzustand-induzierte Verringerung des 2DEG-Leitwertes führt zur Ausbildung einer Hysterese mit einer maximalen Öffnung von 13%. In dieser Messung wurden die parasitären Signale abgezogen, die aufgrund einer endlichen RC-Konstante des Bauelements und des Messaufbaus resultieren. Diese kapazitiven Stromsignale sind messtechnisch zugänglich, wenn die Pulssequenz ohne Source-Drain Spannung V_{SD} gefahren wird. Der Wert der Hystereseöffnung ist konsistent mit den Ergebnissen aus Kapitel 5.1.2, in welchem der Einfluss einzelner Ladungen auf das Transportverhalten untersucht worden ist. Dort konnte eine Gesamtänderung der Leitfähigkeit von 13.4 % ermittelt werden (vgl. Tab. 5.8).

Ein großes Problem bei Hysterese-Messungen an epitaktisch gewachsenen Quantenpunkten ist die mögliche elektronische Speicherung in Defekt-Zustände in der Nähe der Quantenpunkte.

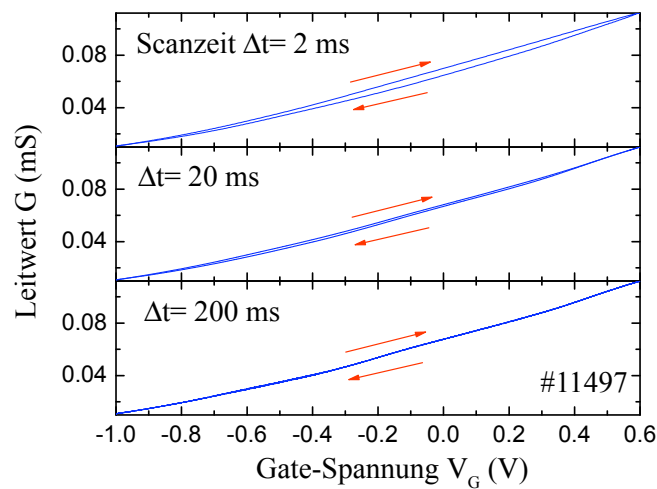


Abbildung 5.11.: Hysteresemessungen für verschiedene Scanzeiten Δt (Struktur # 11497) [Marquardt, 2010a].

Sind z. B. die Tunnelzeiten der Elektronen aus möglichen Defekt-Zuständen länger als aus den Quantenpunkten, so verursachen auch sie einen Hystereseeffekt. Balocco [2004] *et al.* haben so an vergleichbaren Probenstrukturen Hystereseeffekte bei Raumtemperatur messen können, welche sie dann aber auf die elektronische Speicherung in Defekt-Zuständen zurückführen mussten. Andere Gruppen haben Hystereseeffekte an nanostrukturierten Proben beobachtet, bei denen sie Defekt-Artefakte nicht gänzlich ausschließen konnten [Kawazu, 2008; Müller, 2008; Nataraj, 2005].

Um den Ursprung der Hysterese zu untersuchen, schauen wir uns die zeitliche Entwicklung der Hystereseeöffnung an. Wenn Ladungsträger in den Quantenpunkten gespeichert werden, ist zu erwarten, dass die Hysterese in der Größenordnung der uns bekannten Tunnelzeit zwischen Quantenpunkten und 2DEG verschwindet (siehe Abb. 4.2).

In Abb. 5.11 ist die Hysterese-Messung für drei verschiedenen Scanzeiten Δt dargestellt. Die Hystereseeöffnung verringert sich mit der Zunahme von Δt . Für $\Delta t = 200$ ms ist in dieser Auftragung kein nennenswerter Hystereseeffekt mehr zu beobachten. Die Zeitskala, in der die Hysterese verschwindet, stimmt mit der Größenordnung der Tunnelzeit zwischen Quantenpunkten und 2DEG überein. Diese Beobachtung bekräftigt die Vermutung, dass die Hysterese durch Ladungsspeicherung in den Quantenpunkten verursacht wird. Um Defekt-Zustände als Ursache der Ladungsspeicherung auszuschließen, schauen wir uns die Differenz aus den beiden Leitwertästen an ($\Delta G = G_{\text{Rauf}} - G_{\text{Runter}}$). Auf dieser Weise kann mehr über die energetische Struktur der aktiven Speicherbausteine (Ladezustände etc.) erfahren werden.

In Abb. 5.12(a) sind diese Leitwert-Differenzen ΔG als Funktion der Gate-Spannung V_G für verschiedene Scanzeiten Δt dargestellt. Farblich markiert sind die Spannungsbereiche, in denen die verschiedenen Quantenpunkt-Zustände be- und entladen werden können (vgl. Abb. 5.4). Wie schon in Abb. 5.11 beobachtet, bestätigt diese Auftragung zunächst die absolute Abnahme der Hysterese mit steigender Scanzeit Δt . Diese Auftragung liefert aber noch zusätzliche Informationen über die energetische Struktur des aktiven Speichermediums. Für sehr schnelle Scanzeiten, ist eine breite Schulter im Spannungsbereich zwischen -0.2 V und 0.4 V zu erkennen, welche sehr rasch mit zunehmender Scanzeit abnimmt. In diesem Spannungsbereich werden die p-Zustände der Quantenpunkte entladen, was die Vermutung bestärkt, dass die Ladungsspeicherung in den Quantenpunkten als erstes über die schnellen p-Zustände verloren geht. Noch deutlicher kann eine typische Quantenpunkt-Signatur in Abb. 5.12(b) mit einer Scanzeit von 200 ms ($\gg \tau_{s,p}$) beobachtet werden. Hier ist eindeutig die Doppel-Peak-Struktur der s-Zustände und die breite Schulter der höher energetischen p-Zustände zu erkennen. Die Scanzeit ist im Vergleich zu den Tunnelzeiten sehr lang, so dass die Quantenpunkt-Zustände in einem (quasi-)Gleichgewicht mit dem Fermi-Niveau im 2DEG sind. Die elektronische Besetzung bzw. Entladung der Quantenpunkte erfolgt bei einer Aufwärtsrampe bzw. Abwärtsrampe nacheinander. Dies führt zu geringen negativen Modulationen in der Leitwertauftragung als Funktion der Gate-Spannung, sobald Quantenpunkt-Zustände mit dem Fermi-

Niveau im 2DEGs resonieren. Durch die erste Ableitung nach der Gate-Spannung können solche Abweichungen sichtbar gemacht werden (siehe Ref. [Russ, 2006b]). Die Differenzbildung $G_{\text{Rauf}} - G_{\text{Runter}}$ ist in diesem Fall einer ersten Ableitung sehr ähnlich, so dass in dieser Auftragung die Quantenpunkt-induzierten Einflüsse im Leitwert beobachtet werden können [Marquardt, 2009; Geller, 2010].

Diese Ergebnisse verifizieren, dass die Ladungsspeicherung in den Quantenpunkt-Zuständen erfolgt, und Defekte als Ursache weitestgehend ausgeschlossen werden können.

Die gemessene Hystereseföhrnung von 13% bekräftigt die Ergebnisse aus Kapitel 5.1.2. Eine grobe Abschätzung ergibt, dass sich aus dem Verhältnis der Anzahl der Elektronen in der Quantenpunktschicht $N \times N_{\text{QP}}$ und der Ladungsträgerdichte des 2DEGs n_{2d} bei 0 V eine Änderung von etwa:

$$\frac{\Delta n_{2d}}{n_{2d}} = \frac{N \times N_{\text{QP}}}{n_{2d}(0 \text{ V})} \sim 7 \% \quad (5.12)$$

resultiert, wobei $N(=6)$ die Anzahl der Elektronen pro Quantenpunkt ist. Im Kapitel 5.1.2 wird beschrieben, dass eine Leitwertänderung sich additiv, sowohl aus der Änderung der Ladungsträgerdichte (Verarmung) als auch der Beweglichkeit (Streuung), ergibt (siehe Gl. 5.10). Die Auswertung des Einflusses der geladenen Quantenpunkte auf das Transportverhalten des 2DEGs ergab, dass beide Eigenschaften den Leitwert des 2DEGs zu etwa gleichen Teilen ändern (siehe Abb. 5.8(b)). Mit dem zusätzlichen Beitrag der Beweglichkeit von etwa 7 % ist das resultierende Ergebnis von 14 % in guter Übereinstimmung mit dem gemessenen Wert der Hystereseföhrnung. Abweichungen der experimentellen Werte können z. B. durch die endliche

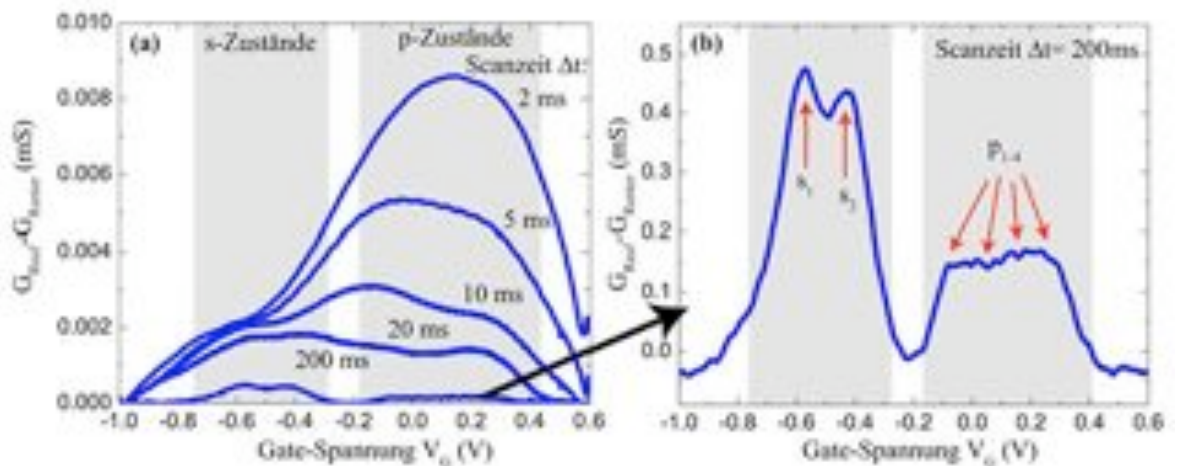


Abbildung 5.12.: (a) Differenz der beiden Leitwertäste ΔG aus Abb. 5.11 für verschiedene Scanzeiten. (b) $\Delta G(V_G)$ für eine Scanzeit von 200 ms (Struktur # 11497) [Geller, 2010].

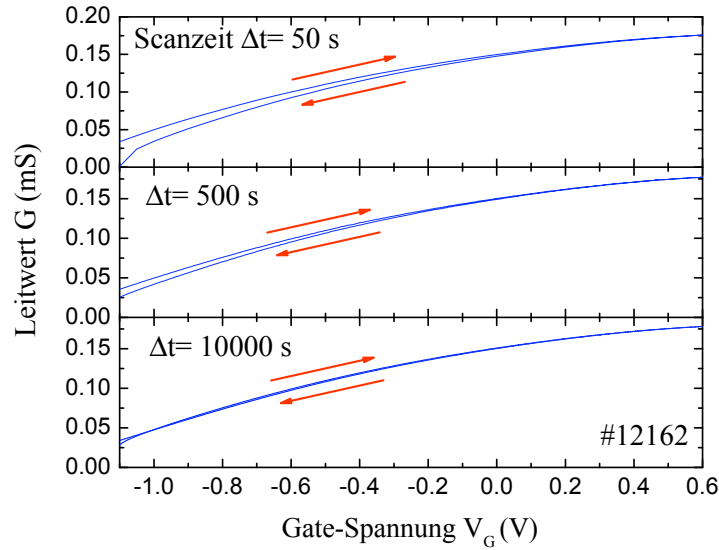


Abbildung 5.13.: Hysteresemessungen für verschiedene Scanzeiten Δt (Struktur # 12162) [Marquardt, 2010a].

Scandauer von 2 ms erklärt werden. Obwohl diese Scanzeit schneller als die mittlere Tunnelzeit ist, kann ein (kleiner) Teil der Elektronen über die schnellen p -Zustände bereits be- oder entladen werden, was den experimentellen Wert der Hysterese verringert.

Speicherzeiten von wenigen Millisekunden sind nicht für Speicheranwendungen geeignet. Dass dieses Prinzip aber auch an Proben mit sehr viel längeren Speicherzeiten übertragbar ist, zeigt Abb. 5.13. Messungen an der sehr schwach gekoppelten Probe #12162 zeigt hysteretisches Verhalten, aber auf Zeitskalen die fünf Größenordnungen länger sind als zuvor. Hysteresemessungen mit Scanzeiten zwischen 50 s und 10000 s sind in Abb. 5.13 abgebildet. Auch hier verschwindet die Hystereseöffnung mit zunehmender Zeit. Solche extrem langen Zeiten machen die Quantenpunkte interessant als nicht-flüchtige Speichermedien [Marent, 2011].

Die vorgestellten Experimente zeigen, dass es mit der vorliegenden Probenstruktur in Kombination mit der zeitaufgelösten Transportmessung möglich ist, zwei verschiedene Quantenpunkt-Besetzungszustände (voll und leer) mit der gleichen angelegten Gate-Spannung zu schalten. Die rein elektrischen Messungen bestätigen, dass selbstorganisierte InAs Quantenpunkte mit Speicherzeiten von mehreren Stunden als potenzielle Kandidaten für Speicheranwendungen in Frage kommen. Allerdings ist es dazu notwendig, die entsprechenden Speicherphänomene auch bei Zimmertemperatur zu demonstrieren.

Wichtige Ergebnisse

- Die *Zeitaufgelöste Transportspektroskopie* kann mit einer geeigneten Pulsfolge elektronische und lochartige Quantenpunkt-Zustände unterschiedlich stark gekoppelter 0D/2D

Systeme untersuchen.

- Diese Messtechnik erlaubt es auch den Einfluss von individuell aufgelösten, geladenen QP-Zuständen auf die Ladungsträgerdichte und der Beweglichkeit des 2DEGs zu untersuchen. Der Einfluss beider Parameter auf den Leitwert des 2DEGs ist in der gleichen Größenordnung.
- Weiterhin konnte über eine neue Methode zur Dichtebestimmung eingebetteter Quantenpunkte auf Basis der zeitaufgelösten Transientenmessung berichtet werden, die weitaus genauere Messwerte zulässt als die etablierte Kapazitätsspektroskopie.
- Hysteresemessungen bestätigen prinzipiell die Speicherfähigkeit von Quantenpunkten. Es konnte gezeigt werden, dass der Ursprung der gemessenen Hysterese die Ladungsspeicherung in den Quantenpunkten darstellt. Die maximale Hystereseroöffnung für die untersuchten Proben beträgt etwa 13%. Es konnten Speicherzeiten von mehreren Stunden erreicht werden.

5.2 Untersuchung von Vielteilchen-Zuständen im Nichtgleichgewicht

Für visionäre Bauelemente mit einzigartigen quantenmechanischen Eigenschaften ist die Präparation von Nichtgleichgewichtszuständen eine notwendige Voraussetzung. Die rein quantenmechanischen Eigenschaften der Superposition und Verschränkung verschiedener (angeregter) Zustände macht z. B. eine Realisierung von sog. Qubits¹¹ möglich. Qubits stellen die fundamentalen Grundbausteine eines Quantencomputers dar – in Analogie zu den Bits in klassischen Computern. Da Qubits nicht auf zwei Zustände beschränkt sind, sondern jede beliebige Superposition von Zuständen einnehmen können, sind sie mit speziellen Quanten-Algorithmen in der Lage bestimmte Aufgaben weitaus effizienter zu lösen. In diesem Zusammenhang kann die exponentielle Beschleunigung bei der Primfaktorzerlegung¹² [Shor, 1994; Vandersypen, 2001] oder die quadratische Beschleunigung beim Suchen nach Datensätzen genannt werden [Grover, 1997].

Quantenpunkte stellen vielversprechende Kandidaten zur Herstellung von Qubits in einer Festkörperumgebung dar. Beeindruckend weit ist man in dieser Hinsicht in lithografisch definierten Quantenpunkten vorgedrungen. Übersichtsartikel über diese Entwicklung sind in Ref. [Hanson, 2007, 2008] zu finden. Exemplarisch möchte ich zwei besondere experimentelle Durchbrüche erwähnen: An lateralen Doppel-Quantenpunkten konnten in der Gruppe von *C. Marcus* an der Harvard University angeregte Ein-Elektronen-Zustände erzeugt und ihre Dekohärenzzeit untersucht werden [Petta, 2005]. An einem sehr ähnlichen Bauelement war die Gruppe um *L. Kouwenhoven* in Delft in der Lage, zwei Ein-Elektronen-Zustände mit Mikrowellen ko-

¹¹quantenmechanische Informationseinheit (Qubits).

¹²Wichtig für Verschlüsselungstechniken.

härent zu überlagern [Koppens, 2006]. Beide Experimente kommen vollständig ohne optische Komponenten aus.

Auch an einzelnen, aus einem 2DEG geätzten Quantenpunkten wurden auf einem rein elektrischen Weg angeregte Vielteilchen-Zustände präpariert und elektronische Relaxationsprozesse untersucht [Tarucha, 1996; Fujisawa, 2002a,b].

Anders ist die Lage bei der Untersuchung von epitaktisch gewachsenen Quantenpunkten. An solchen Systemen wurden zwar auch über beeindruckende Ergebnisse in der Untersuchung von Nichtgleichgewichtszuständen berichtet: So konnte die elektronische Struktur von angeregten Vielteilchen-Zuständen [Warburton, 2000; Ediger, 2007a,b; Köppen, 2009, 2011], Spinrelaxations- [Kroutvar, 2004; Grange, 2007; Zibik, 2009], Spindekohärenzprozesse [Zrenner, 2002; Greilich, 2006; Brunner, 2009; Gerardot, 2008] oder die exzitonische Spinspeicherung in Quantenpunkt-Molekülen [Boyer de la Giroday, 2011] untersucht werden. Auch wurde kürzlich über eine optoelektronische Manipulation von exzitonischen Qubits auf Basis eines einzelnen selbstorganisierten Quantenpunktes berichtet [Michaelis de Vasconcellos, 2010]. Ausnahmslos sind alle Resultate in optisch basierten Experimenten erzielt worden. Die Implementierung von optischen Komponenten in die bestehende hochintegrierte Computertechnologie wäre sehr aufwendig, daher würde ein rein elektrisches Experiment zur Präparation von angeregten Zuständen von großer technologischer Bedeutung sein.

Im Folgenden wird nun über eine Operationsmethode der zeitaufgelösten Transportspektroskopie berichtet, mit der es möglich ist angeregte Vielteilchen-Zustände rein elektrisch zu erzeugen und in der Zeitdomäne zu untersuchen.

5.2.1 Elektrische Spektroskopie von Quantenpunkt-Wasserstoff, -Helium und -Lithium

Ein Ansteigen der mittleren Anzahl von Elektronen pro Quantenpunkt führt zu einem zeitabhängigen Abklingen der Ladungsträgerdichte im 2DEG, was mit einer Leitfähigkeitsmessung aufgenommen werden kann. Die Aufnahme von Stromtransienten erlaubt eine direkte Messung der zeitabhängigen Tunnelprozesse in die Quantenpunkte.

Mit einer speziell gewählten Pulsfolge ist es möglich, Nichtgleichgewichtszustände in selbstorganisierten Quantenpunkten zu untersuchen. Die entsprechende Pulsfolge ist schematisch in Abb. 5.14 dargestellt. Zunächst wird ein definierter Quantenpunkt-Zustand initialisiert (Pumpimpuls V_I). Anschließend wird die Gate-Spannung auf den Probepuls V_P gesetzt und der Strom im 2DEG simultan in Echtzeit aufgenommen. Die abrupte Gate-Spannungsänderung geschieht in Zeitskalen (20 ns), die fünf Größenordnungen schneller sind als die mittlere Tunnelzeit zwischen Quantenpunkten und 2DEG. Der Pumpimpuls bleibt nun bei jeder Pulsfolge konstant, wohingegen die Probespannung V_P nacheinander über die gesamte Energie- bzw. Spannungsskala vom leeren bis zum vollständig gefüllten Quantenpunkt durchgefahen wird.

Exemplarisch ist diese Messung in Abb. 5.15(a) für eine einzelne Pulsfolge gezeigt. In die-

ser betrachteten Pulsfolge werden die Quantenpunkte im Pumpimpuls initialisiert, d. h. es wird gezielt eine definierte Besetzungskonfiguration erzeugt. In der Abbildung ist es die vollständige Verarmung der Quantenpunkte. Nach der Initialisierung ($\Delta t = 200$ ms) wird der Probepuls eingestellt, der ein Nichtgleichgewicht zwischen dem elektrochemischen Potenzial in den Quantenpunkten und im 2DEG erzeugt. Elektronen aus dem 2DEG sind nun in der Lage entsprechend ihrer Tunnelzeit in freie QP-Zustände zu tunneln. Nach der Besetzung der angeregten Zustände relaxieren die Ladungsträger sukzessive in die Grundzustände. Diese Intraband-Übergänge können bis zu mehrere Millisekunden dauern [Krouvar, 2004]. Die Prozesse gehen mit einem zeitaufgelösten Abklingen des simultan aufgenommenen Source-Drain Stroms I_{SD} einher. Diese Situation wurde schon zu Beginn dieses Kapitels 5 diskutiert. Der Tunnelprozess in die Quantenpunkte wird durch die aufgenommenen Beladetransienten (siehe Abb. 5.15(b)) beschrieben. Die Amplitude dieser Transiente ΔI_{SD} wird dann als Funktion der Zeit ausgewertet. Die gemessene Stromamplitude ΔI_{SD} ist proportional zur Ladung in den Quantenpunkten Q_{QP} . Daher ist für den Gleichgewichtsfall ($\Delta t \gg \tau_{s,p}$) die Ableitung $d\Delta I_{SD}/dV_P$ proportional zur Quantenkapazität der Quantenpunkt-Schicht C_{QP} , welche durch deren Zustandsdichte D_{QP} beschrieben wird [Luryi, 1987]:

$$\frac{d\Delta I_{SD}(E)}{dV_P} \propto \frac{dQ_{QP}(E)}{dV_P} \propto D_{QP}(E). \quad (5.13)$$

Dies ist ein vergleichbares Modell wie es in der *Scanning-Tunneling* Spektroskopie (STS) angewendet wird. Bei dieser Methode wird räumlich aufgelöst die Probenoberfläche mit einer atomaren metallischen Spitze abgerastert und gleichzeitig Strom-Spannungs Kennlinien aufgenommen. In diesem Fall ist die Ableitung des Tunnelstroms nach der angelegten Spannung proportional zur lokalen Zustandsdichte [Tersoff, 1985]. Mit dieser Spektroskopietechnik ist es u. a. möglich, das Betragsquadrat der Wellenfunktion von epitaktisch gewachsenen Quantenpunkten [Maltezopoulos, 2003] oder auch die energetische Struktur von Vielteilchen-Zuständen einzelner Quantenpunkte zu untersuchen [Cockins, 2010].

In Abb. 5.16 sind die gemessenen Transientenamplituden ΔI_{SD} für Zeiten Δt zwischen 0.5 ms

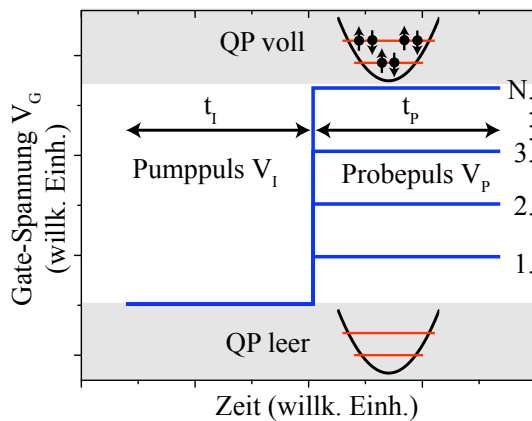


Abbildung 5.14: Die verwendete Pulsfolge zur Spektroskopie von Nichtgleichgewichtszuständen in Quantenpunkten.

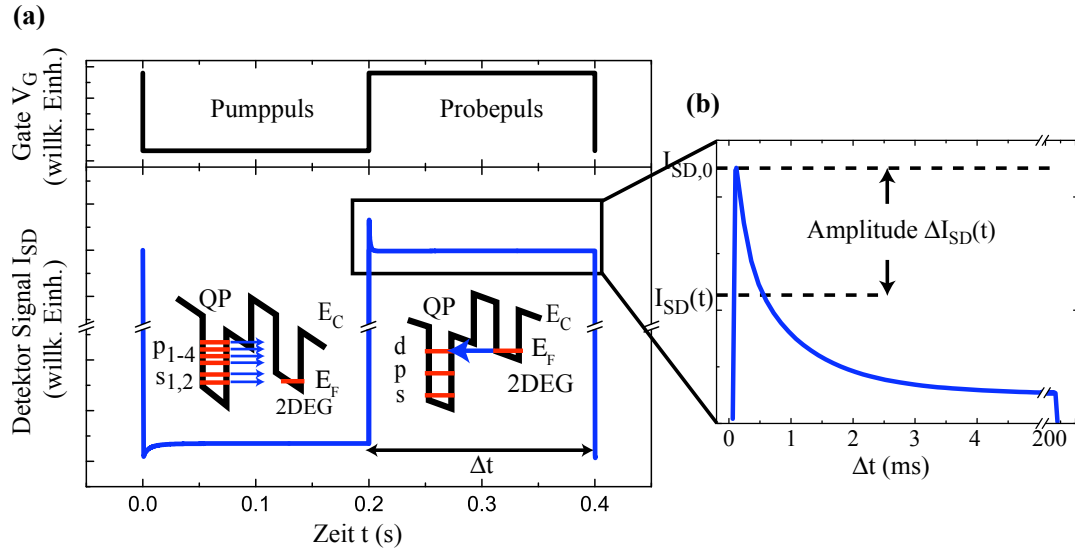


Abbildung 5.15.: (a) Der angelegte Spannungspuls und der gemessene Strom I_{SD} im 2DEG als Funktion der Zeit bei einem abrupten Spannungswechsel ($V_{SD} = 50$ mV). Die beiden Illustrationen bilden schematisch den Entlade- und den Beladeprozess der Quantenpunkte ab. (b) Vergrößerung der Beladetransiente [Marquardt, 2011a].

und 10 ms als Funktion der Probespannung dargestellt. Der Pumppuls wurde für 100 ms auf -0.9 V gehalten, so dass die Quantenpunkte vollständig verarmt sind bevor der Probepuls angelegt wird. Die Spannungsbereiche, in denen die s- und p-Schale besetzt werden, sind mit Pfeilen deklariert. Aus Kapitel 4 sind die Tunnelzeiten in die verschiedenen QP-Zustände bekannt. Sie liegen zwischen 1 ms (p-Zustände) und 6 ms (s-Zustände). Für $\Delta t \gg \tau_{s,p}$ sind alle Elektronen in die jeweiligen Grundzustände getunnelt bzw. relaxiert. Diese Situation beschreibt die nach 10 ms aufgenommene Kurve in Abb. 5.16. Die Stromamplitude ΔI_{SD} , also die Anzahl der Ladungsträger in den Quantenpunkten, steigt, wenn die Schalen der Quantenpunkte beladen werden. Dies ist analog zur Beschreibung der Spektren aus der *Scanning-Tunneling* Spektroskopie [Hamers, 1986]. Aufgrund der geringen energetischen Separation der p-Zustände in Kombination mit der Ensemble-Verbreiterung kann im Bereich der p-Zustände nur ein lineares Ansteigen der Amplitude gemessen werden.

Für sehr kurze Zeiten ($\Delta t \sim 0.5$ ms) ist der Verlauf der Kurve signifikant verändert. Diese Zeiten ($\Delta t < \tau_{s,p}$) rechtfertigen die Annahme, dass näherungsweise nur der Tunnelvorgang $N = 0 \rightarrow 1$ beobachtet werden kann¹³.

Tunnelprozesse höherer Ordnung ($N = 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow \dots$) werden in diesem Fall in guter Näherung unterdrückt. Eine detaillierte Auswertung dieser Spektren ist in ihrer Ableitung

¹³Es sind nach 0.5 ms nur etwa 10 % der Quantenpunkte durch den Tunnelprozess in energetisch tiefliegende Zustände mit Tunnelzeiten von etwa 5.3 ms (s-Zustände, Abb. 4.2) besetzt. Der Anteil mit zwei Elektronen liegt daher bei unter 1 %. Der Tunnelvorgang in höher liegende Zustände mit einer Tunnelzeit von 1.4 ms (p-Zustände, Abb. 4.2) verursacht nach 0.5 ms eine Besetzung von etwa 30 % der Quantenpunkten. Der Anteil der Quantenpunkte mit mehr als einem Elektron ist hier kleiner als 10 %.

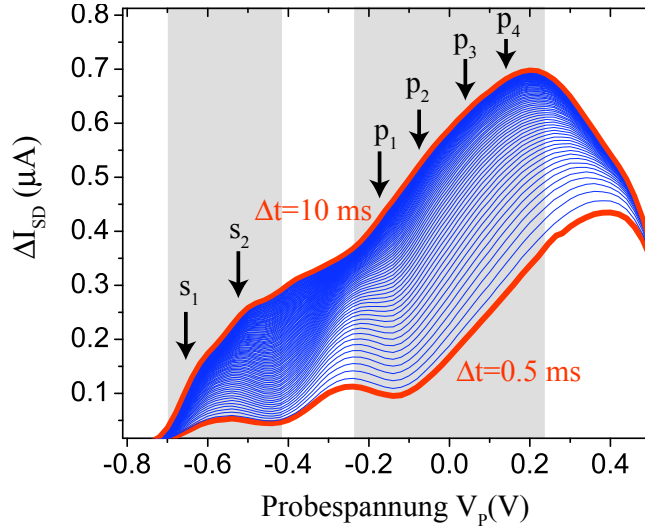


Abbildung 5.16: Zeitentwicklung der Amplituden ΔI_{SD} als Funktion der Probespannung V_p von 0.5 ms bis 10 ms.

erster Ordnung möglich, welche die Zustandsdichte des Quantenpunkt-Ensembles beschreibt (vgl. Gl. 5.13).

In Abb. 5.17(a) ist die Ableitung erster Ordnung der Transientenamplituden ΔI_{SD} aus Abb. 5.16 in einer 3D Auftragung dargestellt. Die Abbildung zeigt die Beobachtung der Entwicklung der QP-Zustände in Echtzeit, wenn sie nacheinander mit Elektronen befüllt werden.

Abbildung 5.17(b) zeigt das aufgenommene Spektrum nach der kürzest möglichen Zeit ($> t_{RC}$) von 0.5 ms, so dass dieses Spektrum hauptsächlich ($N = 0 \rightarrow 1$)-Tunnelvorgänge beschreibt. Es sind drei äquidistante Resonanzen im Signal mit einem Abstand von etwa 52 meV zu beobachten, die den Ein-Elektronen Zuständen der leeren Quantenpunkte entsprechen. In dieser Wasserstoff-Konfiguration (d. h. ein einzelnes Elektron pro Quantenpunkt) können nach dem Modell eines harmonischen Oszillators äquidistante Energiezustände beobachtet werden, welche der Besetzung der s-, p- und d-Zustände zuzuordnen sind. Der Vergleich dieser gemessenen Quantisierungs-Energie von 52 meV mit Resultaten aus optisch basierten Experimenten (50 meV) zeigen eine sehr gute Übereinstimmung [Fricke, 1996; Warburton, 1998]. Auch die ermittelten Quantisierungs-Energien aus der Auswertung der Grundzustandsspektren nach dem Warburton-Modell (siehe Abb. 2.6) ergeben übereinstimmende Ergebnisse [Marquardt, 2006; Russ, 2006]. Die gemessenen Konfigurationen sind schematisch über den entsprechenden Linien abgebildet. Bei -0.65 V tunneln die Elektronen in den niedrigsten s-Zustand, bei -0.34 V werden sie in den angeregten und entarteten p-Zustand und um 0.05 V in den d-Zustand geladen. Der Zustand der d-Schale ist im Vergleich zu denen der s- und p-Schale energetisch etwas verbreitert. Dies kann damit erklärt werden, dass bei großen Gate-Spannungen schon Konfigurationen im Ensemble präpariert worden sind, die mehr als ein Elektron besitzen. Diese Messung zeigt zum ersten Mal in einer rein elektrischen Messung die entarteten Ladezustände ohne Coulomb-Abstoßungs- und Austauschenergien.

Die Ursache des negativen Signals im Spektrum kann mit Hilfe einer einfachen Modell-

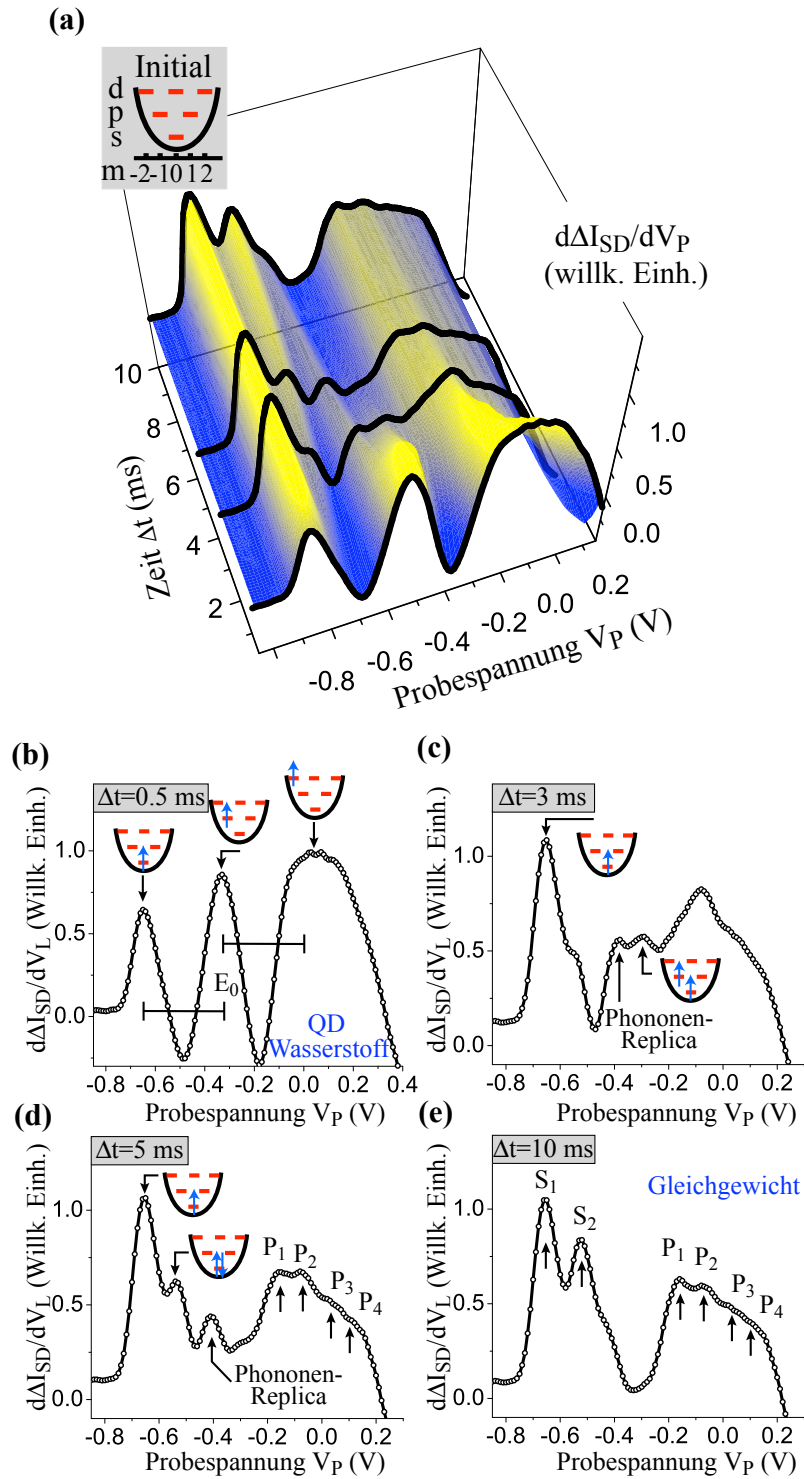


Abbildung 5.17.: Beobachtung der sukzessiven elektronischen Besetzung der Quantenpunkte in Echtzeit. (a) Farbiger Oberflächenplot der Ladespektren als Funktion der Zeit. (b)-(e) zeigen Schnitte aus (a) bei bestimmten Zeiten [Marquardt, 2011a].

Rechnung (Abb. 5.18(b)) erklärt werden. Wie in Abb. 5.18(a) für eine bestimmte Probespannung schematisch gezeigt ist, sind die Elektronen im 2DEG mit einem ganzen Subensemble von Quantenpunkten in Resonanz. Ein scharfes Abtasten der QP-Zustände mit dem 2D Rückkontakt ist nicht möglich. In der durchgeführten Simulation wurde als Funktion der Energie E bzw. der Probespannung V_G , über das Subensemble einer vorgegebenen Zustandsdichte¹⁴ (blau-gestrichelte Kurve) integriert, welcher mit dem 2DEG überlappt (siehe Abb. 5.18). Dieser Wert ist proportional zur Anzahl der tunnelnden Elektronen (siehe Gl. 5.13). Es wurde eine aus dem Experiment ermittelte Fermi-Energie ΔE_F von 25 meV angenommen. Die Rechnung (schwarze Kurve in Abb. 5.18(b)) zeigt, dass die Anzahl der tunnelnden Elektronen, respektive die Stromamplitude ΔI_{SD} , wie zu erwarten, kleiner wird, sobald die Anzahl, der mit dem 2DEG überlappenden, QP-Zustände abnimmt. Dieses Absinken der Amplitude führt zu einer negativen Ableitung (rote Kurve). Die auftretenden negativen Werte im Spektrum Abb. 5.17(b) lassen sich durch die endliche energetische Verbreiterung des Fermi-Niveaus erklären. Weiterhin zeigt die Rechnung, dass die energetischen Positionen der Lademaxima der Ableitungsfunktion (rote Kurve) mit den Positionen der Zustandsdichte (blaue Kurve) übereinstimmen. Die Amplituden der Resonanzen werden in der Auswertung nicht berücksichtigt. Es werden nur die energetischen Positionen der Lademaxima untersucht.

In den Abb. 5.17(c)+(d) sind die Spektren für Zeiten Δt dargestellt, die in der gleichen Größenordnung der elektronischen Tunnelzeiten zwischen Quantenpunkten und 2DEG liegen.

¹⁴Diese drei, um 10 meV verbreiterten, Resonanzen haben einen energetischen Abstand von 52 meV und stellen schematisch die gemessenen Wasserstoff-Konfigurationen dar.

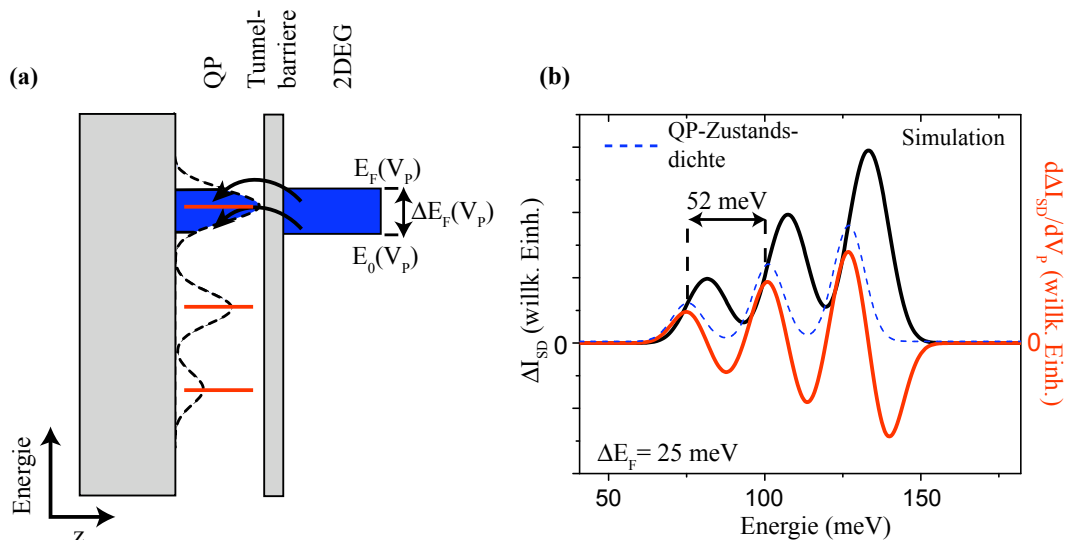


Abbildung 5.18.: (a) veranschaulicht schematisch die Tatsache, dass durch die endliche Verbreiterung des 2D Rückkontakts ΔE_F ein breites Subensemble an Quantenpunkten mit dem 2DEG in Resonanz liegt. (b) zeigt die Ergebnisse einer einfachen Modell-Rechnung, was für Ursachen diese Rückkontakt-Verbreiterung auf das zu messende Signal hat.

Hier werden Resonanzen gemessen, die durch das Tunneln, sowohl in Grundzustände als auch in Nichtgleichgewichtszustände verursacht werden. Im Ladespektrum nach 3 ms entstehen zwei neue Linien bei -0.53 V und -0.29 V. Vergleiche mit Rechnungen (siehe unten) erlauben die Identifikation dieser Resonanzen als das Tunneln in den zweifach geladenen Grund- und ersten angeregten Zustand. Bei -0.4 V entsteht eine Linie, welche nicht mit einem schon relaxierten oder angeregten Zustand identifiziert werden kann. Aus der Tatsache heraus, dass diese Struktur mit nahezu konstanter Amplitude einen Abstand von etwa 41 meV zum s_1 -Zustand besitzt, schließen wir, dass es sich um ein Phononen-Replica des s_1 -Zustandes handelt. Diese Resonanz entsteht durch die Streuung der Tunnelelektronen durch inelastische LO^{15} -Phononen der umgebenen GaAs-Matrix. Solche Phononen-Replica wurden in optischen Experimenten [Heitz, 1996] und in elektrischen Tunnelmessungen [Rauch, 1997] detailliert studiert.

Im Gleichgewichtslimes für $\Delta t \gg \tau_{s,p}$ (Abb. 5.17(e)) korrespondiert die Amplitude ΔI_{SD} mit der gesamten Ladung in den Quantenpunkten. Das Spektrum zeigt das bekannte Vielteilchen-Ladespektrum, welches zuvor schon mit der Kapazitätsspektroskopie (Abb. 4.3) und der zeitaufgelösten Transportspektroskopie (Abb. 5.4) gemessen worden ist. Die beiden Maxima um -0.6 V und die breite Struktur zwischen -0.24 V und 0.2 V werden durch das Beladen der beiden s-Zustände und der vier p-Zustände verursacht. Obwohl viele Resonanzen in der zeitaufgelösten Entwicklung als Grundzustände und Nichtgleichgewichtszustände identifiziert werden konnten, macht die Tatsache, dass in den Spektren Zustände mit unterschiedlichen Besetzungszahlen vorhanden sind, eine detaillierte Auswertung sehr schwierig.

Daher werden nun nur Spektren unmittelbar nach dem Anlegen der Probe-spannung betrachtet ($t_{RC} < \Delta t < \tau_{s,p}$), da wir hier sicher sein können, dass im Mittel nur ein einziger Ladungsträger in die Quantenpunkte getunnelt ist. Tunnelprozesse höherer Ordnung können in diesem Fall vernachlässigt werden (s. o.).

Der Pumpuls gibt uns die experimentelle Möglichkeit, die initiale Besetzungszahl $N-1$ in den Quantenpunkten zu variieren, so dass während des Probepulses durch Injektion eines einzelnen

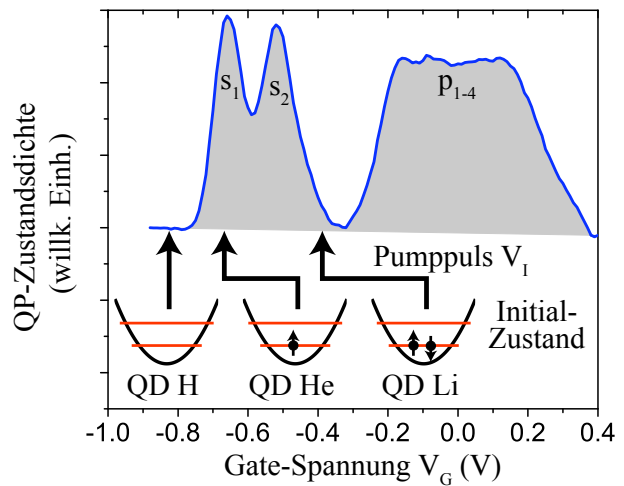


Abbildung 5.19.

Elektrons die energetische Struktur einer N -Konfiguration abgetastet werden kann. Abbildung 5.19 zeigt die energetischen Positionen des Pumpulses am Grundzustands-Ladespektrum für die Untersuchung der Anregungsspektren unterschiedlicher Konfigurationen. Wird der leere Quantenpunkt initialisiert ($V_I < V_{s1}$), ist man in der Lage durch das Tunneln im Mittel ei-

¹⁵longitudinal optische (LO).

nes einzelnen Elektrons in die Quantenpunkte die energetische Struktur der Wasserstoff (H) - Konfiguration zu untersuchen ($N = 1$).

Sind die Quantenpunkte vor dem Probepuls mit einem Elektron besetzt ($V_I = V_{s1}$), kann mit dem weiteren „Probe“-Elektron das Ladespektrum einer Helium (He)-Konfiguration gemessen werden ($N = 2$). Dieser Logik entsprechend kann mit einem zusätzlichen Elektron in der Anfangsbesetzung, die Lithium (Li)-Konfiguration untersucht werden ($V_I = V_{s2}$).

Ein QP-Helium Spektrum (Zwei-Elektronen Konfiguration) wird also gemessen, wenn der Pumpimpuls den s_1 -Grundzustand initialisiert. Das in die Quantenpunkte tunnelnde „Probe“-Elektron wechselwirkt nun mit dem bereits vorhandenen, so dass insgesamt im Mittel eine Zwei-Elektronen Besetzung beobachtet wird. In dieser Konfiguration müssen nun Vielteilchen-Wechselwirkungen mit einbezogen werden.

Das gemessene Anregungsspektrum ist in Abb. 5.20(a) gezeigt und weist deutliche Unterschiede zum Wasserstoff-Spektrum auf (Abb. 5.17(b)). Um die klar erkennbaren Resonanzen mit ihren entsprechenden Konfigurationen zu identifizieren, wurden von *D. Pfannkuche* und *B. Baxevanis* von der Universität Hamburg die theoretisch zu erwartenden QP-Helium und QP-Lithium Konfigurationen mit ihren entsprechenden Energien ermittelt. Sie berechneten numerisch die ersten sieben (He) bzw. die ersten fünf (Li) Zustände in einem 2D harmonischen Oszillator-Modell mit der Methode der *exakten Diagonalisierung* (Abb. 5.21) [Pfannkuche, 1993]. Mit dieser Methode werden die Vielteilchen-Zustände der wechselwirkenden Elektronen aus Beiträgen der nichtwechselwirkenden Zustände zusammengesetzt [Brocke, 2003]. Für die numerische Simulation wurde die zuvor im Experiment ermittelte Einteilchen-Energie von $\hbar\omega_0 = 52 \text{ meV}$ (Abb. 5.17(b)) angenommen, und als effektive Masse m^* und Dielektrizitäts-

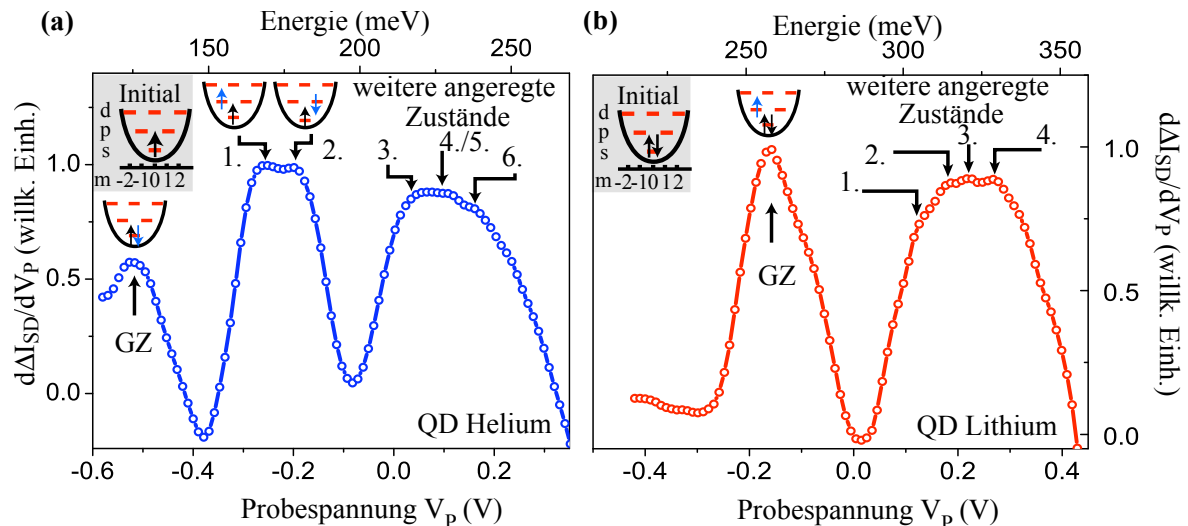


Abbildung 5.20.: Für geeignete Initialisierungspulse (Abb. 5.19) lassen sich verschiedene QP-„Elemente“ spektroskopieren. (a) Das gemessene Anregungsspektrum von Quantenpunkt-Helium. (b) Das Anregungsspektrum von Quantenpunkt-Lithium [Marquardt, 2011a].

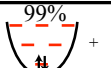


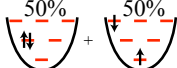
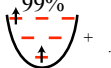
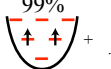

konstante ϵ die Werte $0.067m_0$ bzw. 16.

Durch den Vergleich der Energiewerte aus der Theorie und dem Experiment konnten die beobachteten Resonanzen aus Abb. 5.20(a) identifiziert werden. In Abb. 5.21 sind die Energien der Grundzustände und die ersten angeregten Zustände zusammen mit ihren dominierenden Beiträgen der Slater-Determinanten aufgelistet. Jeder Ausdruck repräsentiert einen Eigenzustand zur Gesamt-Spin- und Gesamt-Drehimpuls-Quantenzahl S bzw. L_z . Aus Übersichtsgründen ist in dieser Auftragung für jeden (bzgl. Spin und Drehimpuls) entarteten Zustand, nur ein repräsentativer Zustand dargestellt¹⁶. Die Tabelle enthält zudem die aus der Resonanzbedingung experimentell ermittelten Energien (aus Gl. 2.25). Der Nullpunkt wurde so gewählt, dass der Ein-Elektronen Grundzustand eine Energie von $\hbar\omega_0 = 52 \text{ meV}$ besitzt.

Durch den Vergleich der Theorie mit den experimentellen Daten, kann die Doppel-Peak-Struktur in Abb. 5.20(a) (bei -0.26 V bzw. -0.2 V) als Tunneln von Elektronen in den Spin-Triplett und den ersten angeregten Spin-Singulett des QP-Heliums identifiziert werden. Der energetische Abstand zwischen beiden Zuständen beträgt 10 meV und stellt die direkte Austauschenergie J in selbstorganisierten Quantenpunkten dar. Diese Austauschenergie J war bis jetzt nur optisch basierten Experimenten zugänglich [Warburton, 2000; Köppen, 2009, 2011].

Der Abstand zwischen dem angeregten Singulett- und Triplett-Zustand ist ausreichend groß,

¹⁶Die Gesamt-Konfiguration des Zwei-Elektronen Grundzustandes (GZ) lautet z. B. $1/\sqrt{2}(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)$.

(a) QP Helium						
Zu-stand #	Konfiguration	S	S _z	L _z	E ^{He} _{theo} (meV)	E ^{He} _{exp} (meV)
GZ	 + ...	0	0	0	126	124
1.	 + ...	1	0, ±1	±1	168	169
2.	 + ...	0	0	±1	178	179
3.	 + ...	0	0	±2	217	218
4.	 + ...	1	0, ±1	±2	220	228
5.	 + ...	1	0, ±1	0	220	
6.	 + ...	0	0	0	226	

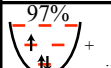



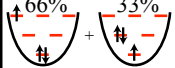
(b) QP Lithium						
Zu-stand #	Konfiguration	S	S _z	L _z	E ^{Li} _{theo} (meV)	E ^{Li} _{exp} (meV)
GZ	 + ...	$\frac{1}{2}$	± $\frac{1}{2}$	±1	259	257
1.	 + ...	$\frac{3}{2}$	± $\frac{1}{2}$, ± $\frac{3}{2}$	0	295	305
2.	 + ...	$\frac{1}{2}$	± $\frac{1}{2}$	±2	301	312
3.	 + ...	$\frac{1}{2}$	± $\frac{1}{2}$	0	307	317
4.	 + ...	$\frac{1}{2}$	± $\frac{1}{2}$	±2	311	328

Abbildung 5.21.: Vergleich zwischen berechneten und gemessenen Energien in der QP-Helium bzw. QP-Lithium Konfiguration [Marquardt, 2011a].

um eine rein elektrische Präparation von spin-polarisierten Zuständen zu realisieren. Eine Anpassungsrechnung an der Doppel-Peak-Struktur mit zwei Gauss-Kurven ergibt, dass auf der nieder-energetischen Flanke der Peaks bei -0.31 V etwa 99 % der Elektronen den Triplett-Zustand besetzen.

Die höher liegenden Zustände des QP-Heliums sind im Spektrum nur schwer auszumachen. Nimmt man die Theorie aus Abb. 5.21(a) als Orientierungshilfe, können aber weitere Tunnelprozesse in die d-Zustände identifiziert werden. An dieser Stelle sollte beachtet werden, dass zwei dieser finalen Zustände einen starken s-Anteil haben (der 3. und 6. angeregte Zustand in Abb. 5.21(a)). Wenn die Startkonfiguration einen reinen s-Charakter besitzt, ist es aus grundlagenphysikalischer Sicht interessant zu verstehen, wie sich dieser Anteil auf das Tunneln eines zusätzlichen Elektrons auswirkt. So konnten die experimentell erzielten Ergebnisse neue theoretische Arbeiten/Überlegungen auslösen [Baxevanis, 2011].

Wird der initialen QP-Besetzung ein weiteres Elektron hinzugefügt, kann mit dem Pumppeuls ein Drei-Elektronen Anregungsspektrum (QP-Lithium) gemessen werden. Das Spektrum des Quantenpunkt-Lithiums in Abb. 5.20(b) enthält ein deutliches Maximum bei -0.16 V und einer breiten Schulter um 0.2 V (siehe Abb. 5.20(b)). Durch den Vergleich der theoretisch ermittelten Drei-Elektronen Konfiguration (siehe Abb. 5.21(b)) und den Gleichgewichtsmessungen (siehe Abb. 5.4) kann die energetisch niedrigste Resonanz als der Drei-Elektronen Grundzustand (p_3) identifiziert werden. Die weiteren, nicht sehr deutlichen Resonanzen sind klare Signale für das elektronische Tunneln in die angeregten Lithium-Zustände. Der Vergleich der experimentell und theoretisch erzielten Energien in Abb. 5.21(b) bestätigt diese Vermutung, dass die beobachtete Feinstruktur auf das Tunneln in die ersten vier angeregten QP-Lithium Zustände zurückzuführen ist. Die energetische Separation dieser Zustände (< 10 meV) ist aber kleiner als die Ensemble-Verbreiterung (~ 10 meV), was deren individuelle Auflösung in diesem Experiment unmöglich macht. Ein aussagefähiger Vergleich zwischen Experiment und Theorie ist daher hier nicht möglich.

5.2.2 Zeitliche Entwicklung des Quantenpunkt-Helium Spektrums

Die ersten drei Konfigurationen und die energetische Struktur des QP-He Spektrums sind zur Verdeutlichung schematisch in Abb. 5.22 dargestellt. Der Zwei-Elektronen Grundzustand (GZ) ist die elektronische Doppelbesetzung der untersten Schale mit anti-paralleler Spinrichtung. Der erste angeregte Zustand ist ein Spin-Triplett Zustand, wobei die beiden Elektronen mit paralleler Spinrichtung jeweils die s- und die angeregte p-Schale besetzen. Der Gesamtspin S in dieser Konfiguration beträgt 1. Der Zwei-Elektronen Grundzustand hat zum 1. angeregten Triplett-Zustand einen energetischen Abstand von etwa $E_{ST} = 45$ meV (siehe Abb. 5.22(b)). Dieser Triplett-Zustand ist um die Austauschenergie $J (= 10$ meV) gegenüber dem zweiten angeregten Zustand zu kleineren Energien hin verschoben. Der zweite angeregte Zustand bildet mit der jeweils einfachen Besetzung der s- und p-Schale und anti-paralleler

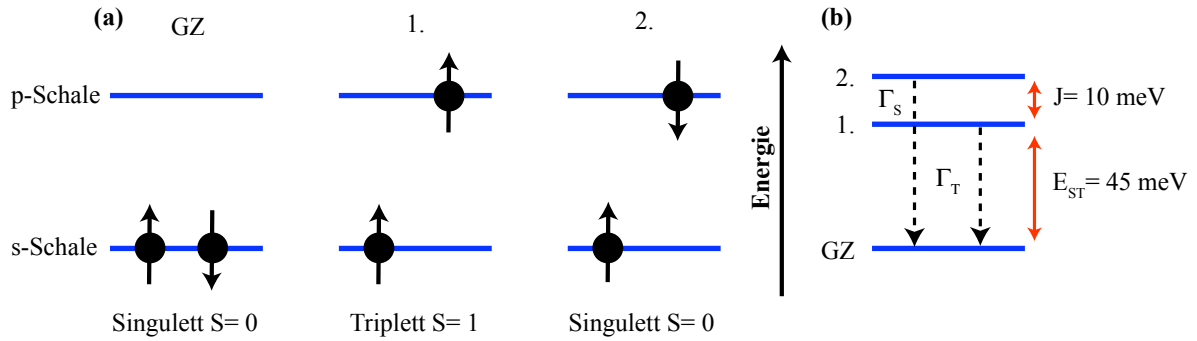


Abbildung 5.22.: (a) Elektronen-Konfigurationen des QP-Heliums für die ersten drei Zustände. (b) Energetische Beziehungen zwischen diesen drei Konfigurationen.

Spinrichtung ein Singulett, in welchem der Gesamtspin vollständig verschwindet ($S = 0$).

Die angeregten Zustände versuchen über Intraband-Übergänge in den Grundzustand zu gelangen. Optische Messungen zeigen, dass die Lebensdauer eines angeregten Zwei-Elektronen Singulett-Zustandes (Γ_S^{-1}) etwa 50 ps beträgt [Grange, 2007]. Bei diesem Übergang kann das angeregte Elektron in der p-Schale durch Abgabe von phononischen Energiebeiträgen direkt in die s-Schale relaxieren. Die Lebenszeit (Γ_T^{-1}) des Triplett-Zustandes ist hingegen stark verlängert, da eine direkte Relaxation des angeregten Elektrons (Pauli-)verboten ist. In diesem Fall muss die Spinrichtung des p-Elektrons zunächst verändert werden, damit es in den Grundzustand übergehen kann. Dieser elektronische Spinrelaxationsprozess in selbstorganisierten Quantenpunkten wurde bis zum gegenwärtigen Zeitpunkt systematisch nur an Zeemann-Zuständen in einer Ein-Elektronen Konfiguration bei sehr hohen Magnetfeldern gemessen. Kroutvar [2004] *et al.* haben überzeugend dargestellt, dass die Spinrelaxationszeit in selbstorganisierten InAs Quantenpunkten bei 4 T etwa 20 ms beträgt. Weiterhin konnten sie durch magnetfeldabhängige Messungen bestätigen, dass bei diesen hohen Magnetfeldern die Spin-Bahn Kopplung die dominierende Ursache für den induzierten Spin-Flip des angeregten p-Elektrons ist [Khaetskii, 2001; Woods, 2002].

Die in dieser Arbeit konzipierten rein elektrischen Pump & Probe-Techniken zur Präparation angeregter Vielteilchen-Zustände in Kombination mit der Möglichkeit zur Untersuchung ihrer zeitlichen Entwicklung, erlaubt es prinzipiell die Lebensdauer von angeregten Zuständen zu messen. In Abb. 5.23(a) ist die zeitliche Entwicklung des angeregten Triplett-Zustandes dargestellt. Generell zeigt das Entstehen neuer (aber bekannter) Resonanzen im gesamten Spektrum mit zunehmender Zeit, dass die Anzahl der Elektronen pro Quantenpunkt ansteigt (vgl. Abb. 5.17). Im Gleichgewicht (nach $\Delta t = 10 \text{ ms}$, rote Kurve) ist das bekannte Vielteilchenspektrum mit 2 (s_2) bis 6 (p_4) Elektronen pro Quantenpunkt zu erkennen (vgl. mit Abb. 5.4 oder 5.17(e)). Das Hauptaugenmerk des Betrachters soll in dieser Abbildung aber in der Beobachtung der zeitlichen Entwicklung des angeregten Triplett-Zustandes liegen. Wie es bei einem Zustand mit endlicher Lebensdauer zu erwarten ist, verschwindet dieses Niveau im Spektrum mit zunehmender Zeit Δt . In Abb. 5.23(b) ist die Amplitude des Triplett-

Zustandes als Funktion der vergangenen Zeit dargestellt. Der Verlauf der Kurve mit dem beginnenden Anstieg der Amplitude bis etwa 1 ms an und dem nachfolgenden Abklingen kann durch zwei konkurrierende Prozesse erklärt werden. Zunächst werden die Quantenpunkte in den Triplett-Zustand beladen, was zu einem Anstieg der Amplitude führt (Zeitkonstante ~ 1 ms). Die Ursache für das Verschwinden der Amplitude mit einer Zeitkonstante von 5 ms (Abb. 5.23) wird in diesem Experiment aber nicht durch den Relaxationsprozess verursacht, sondern durch die simultane Besetzung des Zwei-Elektronen Grundzustandes (s_2). Die energetische Separation des s_2 -Grundzustandes und des Triplett-Zustandes ist nicht ausreichend groß (~ 45 meV), um das ausschließliche Beladen des Triplett-Zustandes zu garantieren. Die energetische Verbreiterung des 2D Rückkontakts (~ 30 meV) in Kombination mit der Ensemble-Verbreiterung (~ 10 meV) der Zustände lässt es zu, dass in einem Subensemble von Quantenpunkten auch eine Bypass-ähnliche Besetzung des s_2 -Zustandes verursacht wird. Die zeitabhängige Besetzung des s_2 -Zustandes entsprechend ihrer Tunnelzeit, verhindert, dass in diesen Quantenpunkten angeregte Zwei-Elektronen Zustände generiert werden können. Dieser Umstand resultiert im Verschwinden des Triplett-Zustandes mit der Zeitkonstante des Tunnelprozesses in den s_2 -Zustandes (Zeitkonstante ~ 5 ms). Aus diesem Grund kann das Abklingen der Triplett-Amplitude, was in Abb. 5.23 beobachtet wird, nicht durch den Relaxationsprozess erklärt werden.

Das vorgestellte Experiment zeigt das limitierte Auflösungsvermögen der Probenstruktur auf. Die Grenzen des energetischen Auflösungsvermögens können an zwei Punkten manifestiert werden:

- Die angesprochene endliche Verbreiterung des Fermi-Zustandes verhindert ein „scharfes“ Abtasten der QP-Ensemble Zustandsdichte. Die energetische Verbreiterung des Rückkontakts steigt mit der Ladungsträgerdichte, so dass für einen möglichst scharfen Rückkontakt eine geringe Ladungsträgerdichte im 2DEG eingestellt werden sollte.
- Das weitere Problem stellt die Ensemble-Verbreiterung der Zustände dar. Dies wird mit Abb. 5.24 verdeutlicht. In dieser Darstellung ist schematisch gezeigt, welche Anfangs-

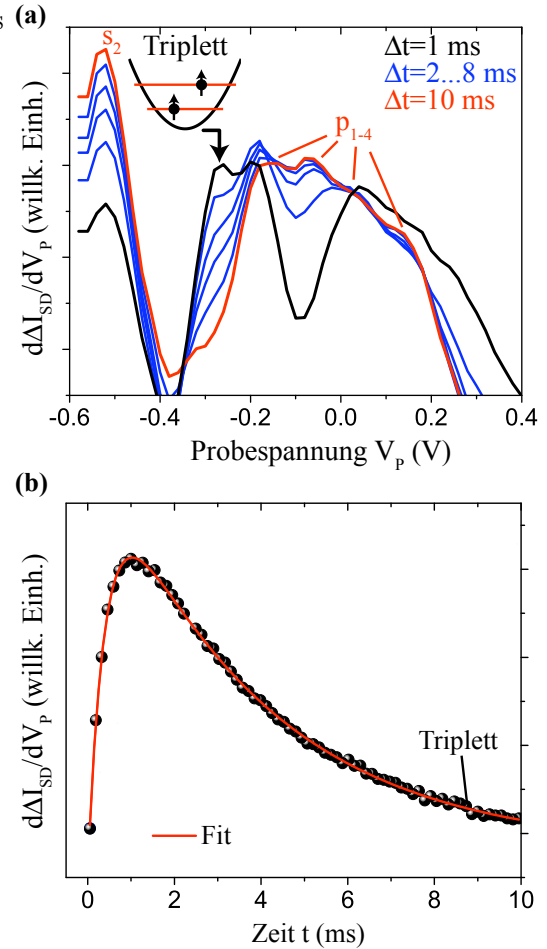


Abbildung 5.23.

konfigurationen während des Pumpulses bei einer QP-Helium Messung generiert werden. Der Pumpuls wird auf das Maximum des s_1 -Grundzustandes gesetzt, so dass alle QP-Zustände unterhalb des Pumpulses befüllt werden. Wie in Abb. 5.24 dargestellt, wird nun neben den erwünschten Ein-Elektronen Konfigurationen (Region I), auch in einem Subensemble Konfigurationen mit im Mittel zwei Elektronen (Region II) erzeugt. Gleichzeitig bleibt sogar ein Großteil der Quantenpunkte vollständig leer (Region III). Daher werden im Anregungsspektrum stets Anteile von Konfigurationen des QP-Wasserstoffs, QP-Heliums und des QP-Lithiums gemessen.

Um das Auflösungsvermögen der Experimente zu erweitern, kann durch Optimierung der Wachstumsparameter versucht werden die Größenhomogenität der Quantenpunkte zu verbessern. Dies gestaltet sich aber recht schwierig, da eine Ensemble-Verbreiterung von 10 meV schon von höchster Güte spricht. Ein anderer Weg ist die räumliche Skalierung der aktiven Probenstruktur, so dass im Limit nur ein einzelner Quantenpunkt und kein Ensemble spektroskopiert wird.

Die Methode der zeitaufgelösten Transportspektroskopie besitzt günstige Skalierungseigenschaften, was die Messung von einzelnen Quantenpunkten prinzipiell möglich macht. Dies ist einer der Vorteile gegenüber der Kapazitätsspektroskopie, deren Messsignal mit der aktiven Fläche abnimmt (siehe Kapitel 4). Im Gegensatz dazu ist der Widerstand eines 2D Auslesekanals nur durch das Länge-zu-Breite Verhältnis gegeben.

Bleibt bei der räumlichen Skalierung dieses Verhältnis konstant, bleibt auch das durch die Quantenpunkte induzierte Signal groß genug, um es messtechnisch zu erfassen [Marquardt, 2009].

Um eine Einzel-Quantenpunkt-Spektroskopie experimentell durchzuführen, muss die aktive Region räumlich eingeschränkt werden. Dies kann durch zwei zueinander komplementären Techniken realisiert werden: (i) Zum einen ist es möglich, durch chemische (nass- und trocken-chemische Ätzverfahren) oder auch physikalische Abtragsverfahren (z. B. Ionen-Sputtern)

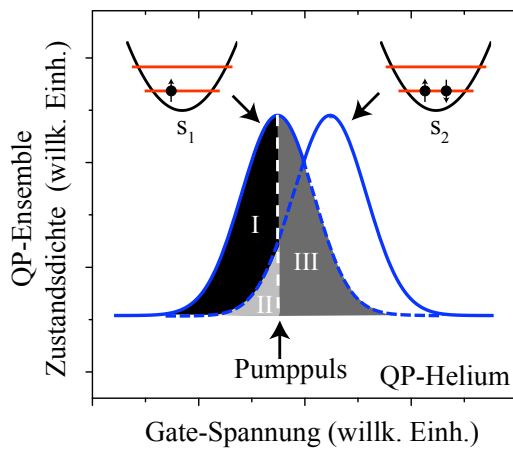


Abbildung 5.24: Diese Abbildung macht die experimentelle Grenzen einer Ensemble-Messung deutlich. Gezeigt ist hier schematisch der s_1 - und s_2 -Zustand mit einer Gauss-Verbreiterung, welche durch die Größendispersion im Quantenpunkt-Ensemble verursacht wird.

die aktive Region räumlich auf einzelne Quantenpunkte einzugrenzen (Abb. 5.25 (a)) [Koike, 2003].

Diese Technik hat den Nachteil, dass durch die zusätzlichen Prozesse Defekt- und Oberflächen-Zustände in die Probe implementiert werden können, die störend auf das 0D/2D System einwirken. (ii) Zum anderen kann die Einschränkung elektrostatisch mit zwei Seiten-Elektroden (*Split-Gates*) erfolgen [Horiguchi, 1997; Marquardt, 2006, 2008]. Dies ist schematisch in Abb. 5.25(b) dargestellt. Das 2DEG wird mittels zweier aufgedampfter Seiten-Elektroden lateral moduliert. Die Spannungen an den beiden Elektroden bewirken eine lokale Verarmung des 2DEGs, so dass sich ein schmaler Elektronenkanal mit kontrollierbarer effektiver Breite ausbildet. Auf diese Weise kann im Ortsraum ein Überlapp zwischen dem Elektronenkanal und den (ortsfesten) Quantenpunkten hergestellt werden. Eine zusätzlich aufgebrachte Steuer-Elektrode kann dann zeitaufgelöst den Besetzungszustand des einzelnen Quantenpunktes kontrollieren. Die Steuer-Elektrode ist durch eine dicke PMMA-Schicht elektrisch von den Seiten-Elektroden isoliert.

Mit der experimentellen Möglichkeit einzelne Quantenpunkte zu adressieren, kann auch unter Verwendung der zeitaufgelösten Transportspektroskopie der Triplett-Singulett Relaxationsprozess untersucht werden. Hier eignen sich die Pulsfolgen, welche von Fujisawa [2002a] und Meunier [2007] an einzelnen geätzten bzw. lithografisch definierten Quantenpunkten angewendet worden sind. Sie konnten auf dieser Weise die Zerfalls-Zeiten von angeregten (Triplett-)Zuständen messen.

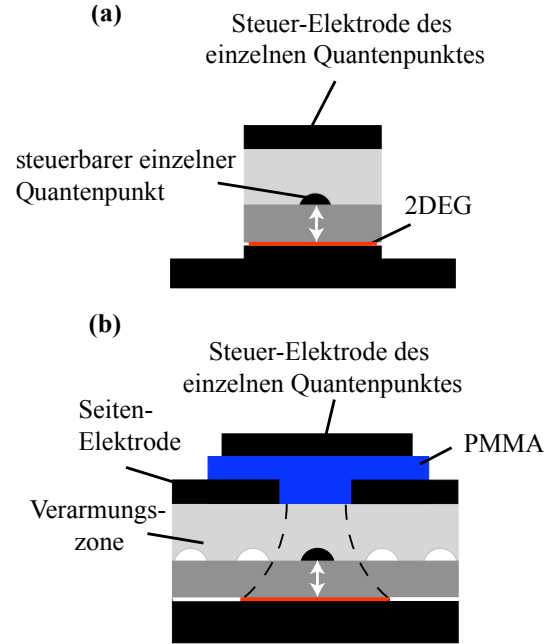


Abbildung 5.25.

5.2.3 Temperaturabhängigkeit des Quantenpunkt-Helium Spektrums

Die vorgestellte Messtechnik führt die experimentelle Möglichkeit ein, zeitaufgelöst Nichtgleichgewichts-Tunnelprozesse in selbstorganisierten Quantenpunkten zu studieren. So kann die energetische Struktur und Dynamik von angeregten Zuständen in solchen atom-ähnlichen Modell-Systemen untersucht werden. Die Beobachtung elektronischer Tunnelprozesse in die angeregten Singulett und Triplett-Zustände kann ein erster Schritt in Richtung der rein-elektrischen Manipulation und Dektektion von Spins in epitaktisch gewachsenen Quantenpunkten sein, was in dieser Form bis zum gegenwärtigen Zeitpunkt nur in lithografisch definierten Nanostrukturen möglich war. Die Untersuchung dieser Strukturen erfordern

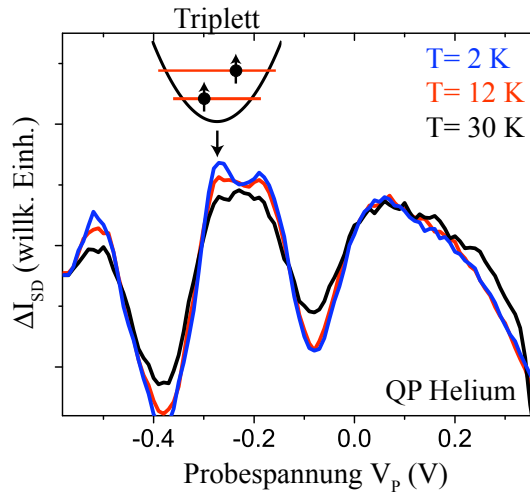


Abbildung 5.26: QP-Helium Spektren bei drei verschiedenen Temperaturen. Diese Daten machen deutlich, dass ein angeregter Zwei-Elektronen Triplett-Zustand auch bei verhältnismässig hohen Temperaturen von über 30 K erzeugt werden kann.

aber technisch höchst aufwendige Bedingungen wie z. B. sehr kalte Umgebungstemperaturen (< 100 mK). Dies schließt sie für eine kommerzielle Anwendung aus.

Die verhältnismässig großen energetischen Abstände zwischen einzelnen Zuständen in epitaktisch gewachsenen Quantenpunkten erlauben Temperaturen von bis zu 100 K [Nowozin, 2011].

Abbildung 5.26 zeigt die Möglichkeit angeregte Zustände auch bei sehr hohen Temperaturen zu präparieren und auszulesen. In dieser Abbildung ist das QP-Helium Spektrum für drei verschiedene Temperaturen dargestellt. Das Spektrum, welches bei 2 K aufgenommen worden ist, zeigt deutlich die zuvor diskutierte Doppel-Peak-Struktur, welches durch das Beladen des angeregten Triplett und Singulett-Zustand verursacht wird. Wird die Temperatur erhöht, macht sich dies im 2D Rückkontakt bemerkbar, so dass dieser thermisch verschmiert wird ($\Delta E_{th}(30\text{ K}) \sim 2.5\text{ meV}$). Dies führt dazu, wie in Abb. 5.26 zu beobachten, dass die energetische Auflösung des Experiments schlechter wird. Schon bei 12 K ist es schwierig den Triplett-Zustand individuell aufzulösen. Der Zustand selber ist aber trotz der thermischen Verschmierung auch noch bei 30 K im Spektrum vorhanden. Bei Einzel-Dot Messungen (d. h. ohne Ensemble-Verbreiterung) ist aber zu erwarten, dass beide Zustände auch bei hohen Temperaturen energetisch aufzulösen sind.

Dieses Resultat macht die großen Vorteile selbstorganisierter Quantenpunkte gegenüber den lithografisch definierten Quantenpunkten deutlich. Aufgrund der um Größenordnungen höheren Energiedifferenzen, können angeregte Zustände in epitaktisch gewachsenen Quantenpunkten auch bei vergleichsweise hohen Temperaturen präpariert werden. Dies macht diese Nanostrukturen als potenzielle Komponenten in Anwendungen der Quanteninformationsverarbeitung interessant.

Wichtige Ergebnisse

- Die hier vorgestellte zeitaufgelöste Transportspektroskopie ermöglicht es durch eine speziell gewählte Pulsfolge, angeregte Vielteilchen-Zustände zu präparieren und auszulesen. Es konnten in einer rein elektrischen Messung die Anregungsspektren des Quantenpunkt-Wasserstoff, -Helium und -Lithium untersucht werden. Durch den Vergleich mit theoretisch ermittelten Energien und Vielteilchen-Zuständen, konnten die experimentell gemessenen Resonanzen eindeutig ihren Konfigurationen zugeordnet werden.
- Das sukzessive Auffüllen der Quantenpunkte mit Elektronen vom leeren ($N = 0$) bis zum vollständig gefüllten ($N = 6$) Besetzungszustand konnte in Echtzeitauflösung beobachtet und ausgewertet werden.
- Es wurde demonstriert, dass angeregte Zwei-Elektronen Zustände (u. a. der angeregte Triplett-Zustand) bei sehr hohen Temperaturen von bis zu 30 K erzeugt werden können.
- Diese Methode ermöglicht zusätzlich die räumliche Skalierung der Probe bis hin zur Spektroskopie von einzelnen Quantenpunkten. So können die energetischen Auflösungsgrenzen, welche primär aus der Ensemble-Verbreiterung resultieren, aufgehoben werden.

KAPITEL 6

ZUSAMMENFASSUNG & AUSBLICK

Die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Experimente zeigen, dass es möglich ist, die elektronische Tunneldynamik zwischen selbstorganisierten Quantenpunkten und einem zweidimensionalen Loch-/Elektronengas in einer zeitaufgelösten Transportmessung zu untersuchen. Diese neuartige – rein elektrische – Messtechnik offeriert eine Vielzahl von neuen experimentellen Möglichkeiten. Diese sind zum Teil in dieser Arbeit schon diskutiert worden; sie bietet aber noch zusätzlich weiteres Potenzial, welches zur Realisierung neuer und vielversprechende Experimente, sowohl aus der grundlagen- als auch anwendungsorientierten Perspektive, führen kann.

Die untersuchten selbstorganisierten InAs Quantenpunkte sind in einer invertierten HEMT Struktur auf GaAs-Basis eingebettet, so dass sie über eine isolierende Tunnelbarriere mit einem zweidimensionalen Elektronengas gekoppelt sind. Diese Kopplung erlaubt es den Beladungszustand der Quantenpunkte zu kontrollieren und durch Transportmessungen am 2D Ladungsträgersystem zeitaufgelöst auszulesen.

Auf Basis der zeitaufgelösten Messung konnten durch die in dieser Arbeit entwickelten Pulsfolgen (angeregte) Vielteilchen-Zustände in einem Ensemble von Quantenpunkten erzeugt und detektiert werden. Zusätzlich war es möglich, die sequenzielle Besetzung der Quantenpunkte mit Ladungsträgern vom vollständig leeren bis zum gefüllten Quantenpunkt in Echtzeit zu beobachten.

Es gelang, die Anregungsspektren von Quantenpunkten mit einer unterschiedlichen Anzahl ($N = 1, 2, 3$) von Ladungsträgern zu präparieren und auszulesen. In der Wasserstoff-Konfiguration (d. h. ein einzelne Ladung pro Quantenpunkt) konnte entsprechend des Modell eines harmonischen Oszillators äquidistante Resonanzen beobachtet werden, welche der Besetzung der s-, p- und d-Zustände entsprechen. Zum ersten Mal war es möglich, direkt die Quantisierungs-Energie von InAs Quantenpunkten ohne Vielteilchen-Effekte in einem rein elektrischen Experiment zu bestimmen. Das Resultat von 52 meV stimmt in sehr guter Näherung mit Ergebnissen aus optischen Experimenten überein.

In der Zwei-Elektronen Besetzung (QP-Helium) konnten den gemessenen Resonanzen durch einen Vergleich mit theoretischen Rechnungen ihre entsprechenden Elektronenkonfigurationen zu geordnet werden. Der erste angeregte QP-Helium Zustand stellt eine Spin-Triplett Kon-

figuration dar, welcher durch die Austauschwechselwirkung J von angeregten Spin-Singulett Zustand zu kleineren Energien verschoben ist. Die Messung der Austauschenergie J von etwa 10 meV gelang in dieser Arbeit erstmalig mit vollständig elektrischen Methoden. Das Ergebnis stimmt mit theoretischen Vorhersagen und Messungen aus optischen Experimenten gut überein. Weiterhin war es möglich auch energetisch höhere Zustände bis zum fünften angeregten Zustand zu spektroskopieren. Temperaturabhängige Messungen zeigten, dass solche angeregten Zustände auch bei verhältnismäßig hohen Temperaturen von über 30 K generiert werden können.

Zusätzlich lässt die zeitaufgelöste Transportspektroskopie die Beobachtung der Entwicklung einzelner angeregter Zustände in der Zeitdomäne zu. So ist es prinzipiell möglich, Zerfallszeiten von angeregten Zuständen zu messen. Die Relaxationszeiten des angeregten Triplett-Zustandes in der He-Konfiguration konnte aufgrund der energetischen Ensemble-Verbreiterung in Kombination mit der Verschmierung des 2D Rückkontakts nicht eindeutig bestimmt werden. Um die experimentellen Grenzen bzgl. des energetischen Auflösungsvermögen zu reduzieren, muss das Experiment von einer Ensemble-Messung ($> 10^5$ Quantenpunkte) hin zu einzelnen Quantenpunkten erweitert werden. Die Skalierungsgesetze des 2D Auslesekanals lassen erwarten, dass dies ohne Verlust des Quantenpunkt-induzierten Messsignals geschehen kann [Marquardt, 2009].

Vorschläge zur Reduzierung der Anzahl aktiver Quantenpunkte im Bauelement sind z. B. die Verkleinerung der aktiven Region durch chemische (z. B. Ätztechniken) oder physikalische (z. B. Ionen-Sputtern) Abtragungsverfahren. Die Nachteile dieser Technik ist das benötigte hohe räumliche Auflösungsvermögen, da der mittlere Abstand der Quantenpunkte etwa ~ 100 nm beträgt. Weiterhin induzieren nass- und trockenchemische Ätzprozesse und besonders die Sputtertechnik Oberflächen- und Defekt-Zustände, so dass das Messsignal empfindlich gestört werden kann. Eine weitere Methode zur Skalierung ist die elektrostatische Einschnürung der aktiven Region durch Seiten-Elektroden. Dabei werden zunächst zwei Seiten-Elektroden mit einem geringen Abstand zueinander auf dem 2D Elektronenkanal aufgedampft. Durch den Feldeffekt werden die Elektronen unterhalb der beiden Elektroden verdrängt, so dass nur der unbedeckte Teil der Struktur aktiv bleibt. Der so erzeugte lateral eingeschränkte Auslesekanal kann mit einem einzelnen Quantenpunkt im Ortsraum in Resonanz gebracht werden. Eine zusätzliche Steuer-Elektrode, welche durch eine isolierende PMMA-Schicht von den Seiten-Elektroden getrennt ist, kontrolliert den Besetzungszustand des elektrisch aktiven Quantenpunktes. Ein Nachteil des selbstorganisierten Wachstums ist die zufällige Verteilung der Quantenpunkte. Durch asymmetrisches Anlegen von Spannungen an den beiden Seiten-Elektroden, kann der Auslesekanal aber gezielt mit konstanter Breite verschoben werden. Damit ist man in der Lage, größere Bereiche in situ nach Quantenpunkten abzutasten [Marquardt, 2008]. Es ist daher nicht nötig, Quantenpunkte *vor* der Prozessierung zu lokalisieren, um dann die Gate-Elektroden entsprechend der Position des einzelnen Quantenpunktes auszurichten [Hennessy,

2007].

Durch eine Vorstrukturierung des Substrats ist es aber möglich Quantenpunkte deterministisch wachsen zu lassen [Atkinson, 2008]. Optische Einzel-Dot Untersuchungen zeigen, dass die strukturelle Qualität dieser Quantenpunkte schon ein sehr hohes Niveau besitzt [Mehta, 2010]. Auf dieser Weise könnten ganze Arrays von Quantenpunkten orts-selektiv gewachsen und zu einem visionären *Multi-Qubit* Bauelement erweitert werden. Die Möglichkeit des deterministischen Wachstums erlaubt nicht nur einzelne Quantenpunkte kontrolliert zu erzeugen, sondern auch komplexe Quantenpunkt-Moleküle. Deren elektronische Struktur kann mit der in der Arbeit entwickelten zeitaufgelösten Transportspektroskopie untersucht und manipuliert werden. Dies wäre nicht nur aus grundlagenphysikalischer Sicht zur Untersuchung von Vielteilchen-Effekten höchst spannend, sondern auch aus der Sicht einer möglichen Anwendung. Die entstanden Molekül-Zustände sind potenzielle Kandidaten für die Realisierung von Qubits – analog zu den lithografisch definierten Doppel-Quantenpunkten [Petta, 2005].

Zur Optimierung der energetischen Auflösung dieser Methode bei einer Ensemble-Messung, sollte die Energie des 2D Rückkontaktes möglichst scharf sein. Die energetische Verbreiterung ist abhängig von der Ladungsträgerdichte im 2DEG, daher versprechen Heterostrukturen mit einer kleinen Ladungsträgerdichte eine bessere Auflösung in den Spektren. Die Ladungsträgerdichte im 2DEG lässt sich auch nach dem Wachstum über kleine Bereiche einstellen. So ist es möglich durch eine angelegte Vorspannung während des Abkühlvorganges die Ladungsträgerdichte zu verringern [Russ, 2006].

Selbstorganisierte Quantenpunkte haben das Potenzial die technische Begrenzung für „Quanten“-Operationen auf extrem tiefe Temperaturen von wenigen Millikelvin¹ zu durchbrechen. Die rein elektrische Realisierung von angeregten Vielteilchen-Zuständen bei hohen Temperaturen macht selbstorganisierte Quantenpunkte zu potenziellen Kandidaten zur Erzeugung von Spin-Qubits. Der angeregte „langlebige“ Triplett-Zustand der QP-Helium Konfiguration bietet sich prinzipiell zusammen mit dem Singulett-Grundzustand für eine kohärente Superposition ohne Bedarf eines externen Magnetfeldes an. An solche Systemen sind prinzipiell Experimente bei Temperaturen von weit über 30 K möglich, da der energetische Abstand zwischen den beiden potenziell geeigneten Zuständen für die Realisierung eines Qubits (Singulett-Triplett Aufspaltung ~ 45 meV) größer ist als die thermische Energie bei Raumtemperatur (25 meV)². Die technische Realisierung der resonanten Überlagerung dieser beiden Zustände mit elektrischen Mitteln erscheint aber recht schwierig, da der energetische Abstand von 45 meV Terahertz-Strahlung voraussetzt (~ 10 THz). Um eine Überlagerung beider Zustände zu erreichen, müssen optische Komponenten in das Experiment integriert werden.

Auf diesem Gebiet sind in Zukunft noch eine Vielzahl von spannenden Experimenten auf Basis der in dieser Arbeit entwickelten zeitaufgelösten Transportspektroskopie zu erwarten.

¹Bei lithografisch definierten Quantenpunkten werden Temperaturen von unter 100 mK benötigt.

²Die Abhängigkeit der Dekohärenzzeit mit steigender Temperatur ist in dieser einfachen Überlegung nicht betrachtet worden.

Die Möglichkeit gezielt angeregte Zustände herzustellen und auslesen zu können, weckt auch Interesse zur Beantwortung fundamentaler Fragestellungen aus der Vielteilchen-Physik. Wellenfunktionen z. B. beschreiben das zugehörige physikalische System in ihrer gesamten quantenmechanischen Komplexität. Ist die Wellenfunktion eines Systems bekannt, so gibt sie tiefe Einblicke in die physikalische Natur des Systems. Obwohl die Kenntnis der Wellenfunktion von grundlegender Bedeutung ist, sind nur wenige experimentelle Messmethoden bekannt, mit denen es möglich ist, die elektronische Wellenfunktion zu messen. Durch die Magneto-Kapazitätsspektroskopie konnte an sehr ähnlichen Strukturen die (quadrierte) Wellenfunktion von Vielteilchen-Zuständen in InAs Quantenpunkten untersucht werden [Wibbelhoff, 2005; Lei, 2010]. Diese Experimente waren auf der Untersuchung von Wellenfunktionen im Grundzustand beschränkt. Die zeitaufgelöste Transportspektroskopie bietet nun die experimentelle Möglichkeit die Wellenfunktion von *angeregten* Zuständen im Ortsraum auszutasten, da die Ableitung der Stromamplitude in guter Näherung die Zustandsdichte auch im Nichtgleichgewichtsfall abbildet. Dies würde neue grundlagenphysikalische Erkenntnisse mit starkem Bezug auf Anwendungen im Rahmen der Erzeugung von Qubits generieren.

Die zeitaufgelöste Transportspektroskopie erlaubt es neben der Untersuchung von angeregten Vielteilchen-Zuständen auch die Untersuchung von Vielteilchen-Grundzuständen mit unterschiedlichen Besetzungszahlen. Der große Vorteil gegenüber der etablierten Kapazitätsspektroskopie sind die nahezu unbegrenzten experimentellen Untersuchungsmöglichkeiten in der Zeitauflösung. So ist es mit dieser Methode möglich, sehr schwach gekoppelte 0D/2D Strukturen mit Tunnelzeiten weitaus länger als 10 ms zu studieren, was mit der frequenzabhängigen Kapazitätsspektroskopie nicht mehr möglich ist. Im Rahmen dieser Arbeit konnte die energetische Struktur von Proben untersucht werden, deren Tunnelzeiten sich um fünf Größenordnungen (von Mikrosekunden bis mehreren Sekunden) unterscheiden. Zudem konnte die Messtechnik auch auf lochartigen Strukturen angewendet werden. Dies ist insofern besonders interessant, da lochartige Systeme ganz spezielle Eigenschaften haben, die sie für Komponenten in der Quanteninformationstechnologie prädestinieren. Zu nennen sind in diesem Zusammenhang u. a. die deutlich verlängerten Kohärenzzeiten von lochartigen Quantenpunkt-Zuständen [Brunner, 2009].

Auf Basis der zeitaufgelösten Transportmessungen wurde die Messtechnik soweit entwickelt, dass es möglich war die Ladungsträgerdichte und die Leitfähigkeit während des Tunnelprozesses unabhängig voneinander zeitaufgelöst zu untersuchen. So konnte detailliert der Einfluss von individuell aufgelösten geladenen QP-Zuständen auf die Transporteigenschaften des 2DEGs untersucht werden. Es wurde gezeigt, dass der Quantenpunkt-induzierte Einfluss auf die Transporteigenschaften des 2DEGs zu etwa gleichen Teilen durch die Ladungsträgerdichteänderung und der Beweglichkeitsänderung verursacht wird. Hier versprechen zukünftige temperaturabhängige Messungen neue Erkenntnisse zum besseren Verständnis des Einflusses einzelner geladener Quantenpunkt-Zustände auf das 2DEG bei hohen Temperaturen. Dies

wären wichtige Erkenntnisse für die Anwendbarkeit von selbstorganisierten Quantenpunkten in Bauelementen bei Raumtemperatur. Im Weiteren sollte eine systematische Untersuchung der Abhängigkeit des Einflusses vom Abstand der Quantenpunkte zum 2DEG durchgeführt werden. Es ist zu erwarten, dass der Einfluss auf die Transportparameter des 2DEGs durch die Ladungsträgerverschiebung (Verarmung) konstant bleibt, währenddessen der Einfluss der geladenen Quantenpunkte als Coulomb-Streuer (Streuung) abnimmt, wenn die Dicke der Tunnelbarriere erhöht wird³ [Gold, 1988].

Eine weitere Anwendungsmöglichkeit für InAs Quantenpunkte stellt der sogenannte Flash-Speicher dar. Die in dieser Arbeit vorgestellten Hysteresemessungen an einem Ensemble von Quantenpunkten bestätigen die Möglichkeit ihrer Anwendung als Speichereinheit in Flash-Speichern. Durch zeitabhängigen Untersuchungen der Hysterese wurde gezeigt, dass die Ladungsträger tatsächlich in den Quantenpunkten-Zuständen und nicht in Defekten o. ä. gespeichert werden. Es konnte eine Hystereseeöffnung von etwa 13 % gemessen werden. Durch das Einstellen der Tunnelbarriere konnten Speicherzeiten von mehreren 1000 Sekunden erreicht werden. Um die Hystereseeöffnung zu erhöhen, bietet sich an, die Probe bzgl. der Ladungsträgerdichte zu optimieren. Eine niedrige Ladungsträgerdichte im 2DEG hat zwei Vorteile: Zum einen ist die Hysterese abhängig vom Verhältnis aus Quantenpunktdichte und Ladungsträgerdichte im 2DEG [Marquardt, 2009]. Daher ist zu erwarten, dass bei kleinen Elektronendichten im 2DEG die Hysterese verstärkt wird. Zum anderen ist die Abschirmungsfähigkeit des 2DEGs gegenüber Störpotenziale für kleine Ladungsträgerdichten nicht so stark ausgeprägt, was den Einfluss der geladenen Quantenpunkten auf die Beweglichkeit des 2DEGs verstärkt. Dies resultiert zusätzlich in eine Vergrößerung der Hysterese.

Die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse bestätigen die Verwendbarkeit epitaktisch gewachsener Quantenpunkte in zukünftigen elektronischen Bauelementen. Die Präparation und das Auslesen von angeregten Vielteilchen-Spinzuständen sind ein Schritt in Richtung der rein elektrischen Realisierung von Spin-Qubits auf Basis selbstorganisierter Quantenpunkte selbst bei hohen Temperaturen.

³Gemäß der Ortsabhängigkeit des Coulomb-Potenzials im Festkörper [Davies, 1998].

ANHANG A

PROBENPARAMETER

In diesem Abschnitt sind die Schichtfolgen der untersuchten Proben zusammengestellt. Die Heterostrukturen mit den Bezeichnungen #11316, #11497 und #12162 wurden am Lehrstuhl von Prof. Dr. A. D. Wieck von Dr. D. Reuter an der Ruhr-Universität Bochum molekularepitaktisch gewachsen. Die Proben #DO1880 bzw. #DO1881 wurden von der Firma Innolume GmbH hergestellt.

Probenmaterial #11316:

- Ladungsträgerdichte ($T = 4.2$ K): $n_{2d} = 7.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ (Elektronen)
- Beweglichkeit ($T = 4.2$ K): $\mu_{2d} = 6082 \text{ cm}^2/\text{Vs}$
- Quantenpunktdichte: $N_{QP} \sim 8 \times 10^9 \text{ cm}^{-2}$
- Tunnelbarriere: $d_T = 25 \text{ nm}$ (GaAs)
- Hebelarm: $\lambda = 7.2$

Wachstumsprotokoll #11316			
Schicht	Wdhg.	Temp. (°C)	Dicke (nm)
Substrat			
GaAs		650.0	200.0
AlAs	Start:40x	650.0	2.0
GaAs	Ende	650.0	2.0
$\text{Al}_{0.34}\text{Ga}_{0.66}\text{As}$		650.0	300.0
$\delta\text{-Si}$		650.0	0.0ML
$\text{Al}_{0.34}\text{Ga}_{0.66}\text{As}$		650.0	10.0
GaAs		635.0	25.0
InAs	16x	555.0	0.01ML
GaAs		545.0	8.0
GaAs		635.0	22.0
AlAs	Start:29x	635.0	3.0
GaAs	Ende	635.0	1.0
GaAs		635.0	5.0
Oberfläche			

Probenmaterial #11497:

- Ladungsträgerdichte ($T = 4.2 \text{ K}$): $n_{2d} = 7.4 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ (Elektronen)
- Beweglichkeit ($T = 4.2 \text{ K}$): $\mu_{2d} = 9340 \text{ cm}^2/\text{Vs}$
- Quantenpunktdichte: $N_{\text{QP}} \sim 8 \times 10^9 \text{ cm}^{-2}$
- Tunnelbarriere: $d_T = 30 \text{ nm}$ (10 nm $\text{Al}_{0.34}\text{Ga}_{0.66}\text{As}$, 20 nm GaAs)
- Hebelarm: $\lambda = 6$

Wachstumsprotokoll #11497			
Schicht	Wdhg.	Temp. (°C)	Dicke (nm)
Substrat			
GaAs		650.0	200.0
AlAs	Start:40x	650.0	2.0
GaAs	Ende	650.0	2.0
$\text{Al}_{0.34}\text{Ga}_{0.66}\text{As}$		650.0	300.0
$\delta\text{-Si}$		650.0	0.0ML
$\text{Al}_{0.34}\text{Ga}_{0.66}\text{As}$		650.0	16.0
GaAs		635.0	15.0
$\text{Al}_{0.34}\text{Ga}_{0.66}\text{As}$		650.0	10.0
GaAs		635.0	5.0
InAs	16x	555.0	0.01ML
GaAs		545.0	8.0
GaAs		635.0	22.0
AlAs	Start:29x	635.0	3.0
GaAs	Ende	635.0	1.0
GaAs		635.0	5.0
Oberfläche			

Probenmaterial #12162:

- Ladungsträgerdichte ($T = 4.2 \text{ K}$): $n_{2d} = 3.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ (Elektronen)
- Beweglichkeit ($T = 4.2 \text{ K}$): $\mu_{2d} = 92664 \text{ cm}^2/\text{Vs}$
- Quantenpunktdichte: $N_{\text{QP}} \sim 8 \times 10^9 \text{ cm}^{-2}$
- Tunnelbarriere: $d_T = 40 \text{ nm}$ (20 nm $\text{Al}_{0.34}\text{Ga}_{0.66}\text{As}$, 20 nm GaAs)
- Hebelarm: $\lambda = 7$

Wachstumsprotokoll #12162			
Schicht	Wdhg.	Temp. (°C)	Dicke (nm)
Substrat			
GaAs		700.0	50.0
AlAs	Start:10x	700.0	5.0
GaAs	Ende	700.0	5.0
GaAs		700.0	100.0
$\text{Al}_{0.34}\text{Ga}_{0.66}\text{As}$		700.0	150.0
GaAs	Start:33x	700.0	2.0
AlAs	Ende	700.0	1.0
GaAs		700.0	1.0
$\delta\text{-Si}$		580.0	0.0ML
AlAs		580.0	1.0
GaAs		580.0	1.0
GaAs	Start:7x	700.0	2.0
AlAs	Ende	700.0	1.0
$\text{Al}_{0.34}\text{Ga}_{0.66}\text{As}$		700.0	19.0
GaAs		700.0	18.0
$\text{Al}_{0.34}\text{Ga}_{0.66}\text{As}$		700.0	20.0
GaAs		660.0	2.0
InAs	14x	605.0	0.01ML
GaAs		595.0	8.0
GaAs		660.0	22.0
AlAs	Start:50x	660.0	3.0
GaAs	Ende	660.0	1.0
GaAs		660.0	5.0
InAs	14x	605.0	0.01ML
Oberfläche			

Probenmaterial #DO1880:

- Ladungsträgerdichte ($T = 4.2 \text{ K}$): $p_{2d} = k. \text{ A.}$ (Löcher)
- Beweglichkeit ($T = 4.2 \text{ K}$): $\mu_{2d} = k. \text{ A.}$
- Quantenpunktdichte: $N_{QP} \sim 3 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$
- Tunnelbarriere: $d_T = 18 \text{ nm}$ (5 nm $\text{Al}_{0.9}\text{Ga}_{0.1}\text{As}$, 13 nm GaAs)
- Hebelarm: $\lambda = 14.1$
- p-Dotierung (Kohlenstoff): $N_A = 2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$

Wachstumsprotokoll #DO1880			
Schicht	Wdhg.	Temp. (°C)	Dicke (nm)
Substrat			
$\text{Al}_{0.9}\text{Ga}_{0.1}\text{As}$			1000.0
p- $\text{Al}_{0.9}\text{Ga}_{0.1}\text{As}$			30.0
$\text{Al}_{0.9}\text{Ga}_{0.1}\text{As}$			7.0
GaAs			8.0
$\text{Al}_{0.9}\text{Ga}_{0.1}\text{As}$		k. A.	5.0
GaAs			5.0
InAs			~2.0 ML
GaAs			5.0
$\text{Al}_{0.9}\text{Ga}_{0.1}\text{As}$			120.0
GaAs			10.0
Oberfläche			

Probenmaterial #DO1881:

- Ladungsträgerdichte ($T = 4.2 \text{ K}$): $p_{2d} = 3.2 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ (Löcher)
- Beweglichkeit ($T = 4.2 \text{ K}$): $\mu_{2d} = 5610 \text{ cm}^2/\text{Vs}$
- Quantenpunktdichte: $N_{\text{QP}} \sim 3 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$
- Tunnelbarriere: $d_T = 23 \text{ nm}$ (10 nm $\text{Al}_{0.9}\text{Ga}_{0.1}\text{As}$, 13 nm GaAs)
- Hebelarm: $\lambda = 12.1$
- p-Dotierung (Kohlenstoff): $N_A = 2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$

Wachstumsprotokoll #DO1881			
Schicht	Wdhg.	Temp. (°C)	Dicke (nm)
Substrat			
$\text{Al}_{0.9}\text{Ga}_{0.1}\text{As}$			1000.0
p- $\text{Al}_{0.9}\text{Ga}_{0.1}\text{As}$			30.0
$\text{Al}_{0.9}\text{Ga}_{0.1}\text{As}$			7.0
GaAs			8.0
$\text{Al}_{0.9}\text{Ga}_{0.1}\text{As}$		k. A.	10.0
GaAs			5.0
InAs			~2.0 ML
GaAs			5.0
$\text{Al}_{0.9}\text{Ga}_{0.1}\text{As}$			120.0
GaAs			10.0
Oberfläche			

ANHANG B

EIGENE PUBLIKATIONEN

Publikationen im Rahmen der Dissertation:

- Marquardt, B., Beckel A., Lorke, A., Wieck, A. D., Reuter, D., und Geller M.,
Mobility vs. charge carrier density: How charged InAs quantum dots influence a nearby two-dimensional electron channel,
unveröffentlicht (2011).
- Marquardt, B., Geller M., Baxevanis, B., Pfannkuche, D., Wieck, A. D., Reuter, D., und Lorke, A.,
Transport spectroscopy of non-equilibrium many-particle spin states in self-assembled quantum dots,
Nature Commun. **2**, 209 (2011).
- Marquardt, B., Geller M., Baxevanis, B., Pfannkuche, D., Wieck, A. D., Reuter, D., und Lorke, A.,
All-electrical transport spectroscopy of non-equilibrium many-particle states in self-assembled quantum dots,
AIP Proc., akzeptiert (2011).
- Nowozin, T., Marent, A., Hönig, G., Schliwa, A., Bimberg, D., Beckel, A., Marquardt, B., Lorke, A., und Geller, M.,
Time-resolved high-temperature detection with single charge resolution of holes tunneling into many-particle quantum dot states,
Phys. Rev. B, akzeptiert (2011).

- Nowozin, T., Marent, A., Bimberg, D., Beckel, A., Geller, M., Marquardt, B., und Lorke, A.,
Time-resolved high-temperature detection of many-particle hole states in InAs/GaAs quantum dots using a two-dimensional hole gas,
phys. stat. sol. (c), eingereicht (2011).
- Marquardt, B., Geller, M., Lorke, A., Reuter, D., und Wieck, A. D.,
A two-dimensional electron gas as a sensitive detector to observe the charge carrier dynamics of self-assembled QDs,
Physica E **42**, 2598 (2010).
- Marquardt, B., Moujib, H., Lorke, A., Reuter, D., Wieck, A. D., und Geller, M.,
A 2D electron gas for studies on tunneling dynamics and charge storage in self-assembled QDs,
Buch: Quantum Communication and Quantum Networking **36**, 180 (2010).
- Geller, M., Marquardt, B., Lorke, A., Reuter, D., und Wieck, A. D.,
A two-dimensional electron gas as a sensitive detector for time-resolved tunneling measurements on self-assembled QDs,
Nanoscale Res. Lett. **5**, 829 (2010).
- Marquardt, B., Geller, M., Lorke, A., Reuter, D., und Wieck, A. D.,
Using a two-dimensional electron gas to study nonequilibrium tunneling dynamics and charge storage in self-assembled QDs,
Appl. Phys. Lett. **95**, 022113 (2009).
- Deviatov, E. V., Marquardt, B., und Lorke, A.,
Interference effects in transport across a single incompressible strip at the edge of the fractional quantum Hall system,
Phys. Rev. B **79**, 125312 (2009).
- Deviatov, E. V., Marquardt, B., Lorke, A., Biasiol, G., und Sorba, L.,
Experimental realization of a Fabry-Perot-type interferometer by co-propagating edge states in the integer and fractional quantum Hall effect regime,
Proc. SPIE **7364**, 73640Q (2009).

-
- Marquardt, B., Russ, M., Lorke, A., Meier, C., Reuter, D., und Wieck, A. D.,
Quantum dots as tunable scatterers for 2D- and 1D-electron systems,
Physica E **40**, 2075 (2008).
 - Lei, W., Wibbelhoff, O., Notthoff, C., Marquardt, B., Reuter, D., Wieck, A. D., und
Lorke, A.,
Magnetic-field-induced modification of the wave-function in InAs quantum dots,
Physica E **40**, 1870 (2008).

Publikation im Rahmen der Diplomarbeit:

- Russ, M., Meier, C., Marquardt, B., Lorke, A., Reuter, D., und Wieck, A. D.,
*Quantum dot electrons as controllable scattering centers in the vicinity of a two-dimensional
electron gas*,
Phase Transitions **79**, 765 (2006).

LITERATURVERZEICHNIS

- M. Abramowitz, und I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, National Bureau of Standards (1972).
- M. Aizawa, A. M. Cooper, M. Malac, und J. M. Buriak, *Nano Letters* **5**, 815 (2005).
- T. Ando, A. B. Fowler, und F. Stern, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437 (1982).
- Y. Arakawa, und H. Sakaki, *Appl. Phys. Lett.* **40**, 939 (1982).
- N. W. Ashcroft, und N. D. Mermin, *Solid State Physics*, Holt, Rinehart and Winston (1976).
- R. C. Ashoori, H. L. Störmer, J. S. Weiner, L. N. Pfeiffer, S. J. Pearton, K. W. Baldwin, und K. W. West, *Phys. Lett. Lett.* **68**, 3088 (1992).
- P. Atkinson, O. G. Schmidt, S. P. Bremner, und D. A. Ritchie, *C. R. Phys.* **9**, 788 (2008).
- C. Balocco, A. M. Song, und M. Missous, *Appl. Phys. Lett.* **85**, 5911 (2004).
- M. Bayer, P. Hawrylak, K. Hinzer, S. Farfard, M. Korkusinski, Z. R. Wasilewski, O. Stern, und A. Forchel, *Science* **291**, 451 (2001).
- B. Baxevanis, und D. Pfannkuche, unveröffentlicht (2011).
- A. Beckel, *Diplomarbeit*, Universität Duisburg-Essen (2010).
- D. Bimberg, M. Grundmann, und N. N. Ledentsov, *Quantum Dot Heterostructures*, John Wiley & Sons (1999).
- A. Boyer de la Giroday, N. Sköld, R. M. Stevenson, I. Farrer, D. A. Ritchie, und A. J. Shields, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 216802 (2011).
- T. Brocke, M. T. Bootsmann, M. Tews, B. Wunsch, D. Pfannkuche, C. Heyn, W. Hansen, D. Heitmann, und C. Schüller, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 257401 (1993).

- D. Brunner, B. D. Gerardot, P. A. Dalgarno, G. Wüst, K. Karrai, N. G. Stoltz, P. M. Petroff, und R. J. Warburton, *Science* **325**, 70 (2009).
- A. H. Castro Neto, F. Guinea, N. M. R. Peres, K. S. Novoselov, und A. K. Geim, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 109 (2009).
- L. L. Chang, L. Esaki, und R. Tsu, *Appl. Phys. Lett.* **24**, 593 (1974).
- C. Y. Chang, und F. Kai, *Physics, Technology, and Circuit Applications*, John Wiley & Sons (1994).
- A. Y. Cho, und J. R. Arthur, *Progress in Solid State Chemistry*, Pergamon, NY, **10**, 157 (1975).
- L. Cockins, Y. Miyahara, S. D. Bennett, A. A. Clerk, S. Studenikin, P. Poole, A. Sachrajda, und P. Grutter, *PNAS* **107**, 9496 (2010).
- C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, und F. Laloe, *Quantum Mechanics*, John Wiley & Sons (1977).
- M. W. Cole, *Rev. Mod. Phys.* **46**, 451 (1974).
- C. G. Darwin, *Cambridge Phil. Soc.* **27**, 86 (1930).
- J. H. Davies, *The Physics of Low-Dimensional Semiconductors*, Cambridge University Press (1998).
- H. Drexler, D. Leonard, W. Hansen, J. P. Kotthaus, und P. M. Pedroff, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2252 (1994).
- M. Ediger, G. Bester, A. Badolato, P. M. Petroff, K. Karrai, A. Zunger, und R. J. Warburton, *Nature Physics* **3**, 774 (2007a).
- M. Ediger, G. Bester, B. D. Gerardot, A. Badolato, P. M. Petroff, K. Karrai, A. Zunger, und R. J. Warburton, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 036808 (2007b).
- J. M. Elzerman, R. Hanson, L. H. W. van Beveren, B. Witkamp, L. M. K. Vandersypen, und L. P. Kouwenhoven, *Nature* **430**, 431 (2004).
- L. Esaki, und R. Tsu, *IBM J. Res. Dev.* **14**, 61 (1970).
- L. Esaki, und L. L. Chang, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 495 (1974).
- D. K. Ferry, und S. M. Goodnick, *Transport in Nanostructures*, Cambridge University Press (1997).
- M. Field, C. G. Smith, D. A. Ritchie, J. E. F. Frost, G. A. C. Jones, und D. G. Hasko, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1311 (1993).

- J. J. Finley, M. Skalitz, M. Arzberger, A. Zrenner, G. Böhm, und G. Abstreiter, Appl. Phys. Lett. **73**, 2618 (1998).
- V. Fock, Z. Phys. **47**, 446 (1928).
- F. C. Frank, und J. H. an der Merwe, Proc. Roy. Soc. London Ser. A **198**, 216 (1946).
- M. Fricke, A. Lorke, J. P. Kotthaus, G. Medeiros Ribeiro, und P. M. Petroff, Europhys. Lett. **36**, 197 (1996).
- T. Fujisawa, D. G. Austing, Y. Tokura, Y. Hirayama, und S. Tarucha, Nature **419**, 278 (2002a).
- T. Fujisawa, D. G. Austing, Y. Tokura, Y. Hirayama, und S. Tarucha, Phys. Rev. Lett. **88**, 236802 (2002b).
- M. Geller, C. Kapteyn, L. Müller-Kirsch, R. Heitz, und D. Bimberg, Appl. Phys. Lett. **82**, 2706 (2003).
- M. Geller, E. Stock, C. Kapteyn, R. L. Sellin, und D. Bimberg, Phys. Rev. B **73**, 205331 (2006).
- M. Geller, A. Marent, T. Nowozin, D. Bimberg, N. Akcay, und N. Oncan, Appl. Phys. Lett. **92**, 092108 (2008).
- M. Geller, B. Marquardt, A. Lorke, D. Reuter, und A. D. Wieck, Nanoscale Res. Lett. **5**, 829 (2010).
- A. K. Geim, und K. S. Novoselov, Nat. Materials **6**, 183 (2007).
- B. D. Gerardot, D. Brunner, P. A. Dalgarno, P. Öhberg, S. Seidl, M. Kroner, K. Karrai, N. G. Stoltz, P. M. Petroff, und R. J. Warburton, Nature **451**, 441 (2008).
- A. Gold, Phys. Rev. B **38**, 10798 (1988).
- R. K. Goodall, R. J. Higgins, und J. P. Harrang, Phys. Rev. B **31**, 6597 (1985).
- T. Grange, E. A. Zibik, R. Ferreira, G. Bastard, *et al.*, New. J. Phys. **9**, 259 (2007).
- A. Greilich, D. R. Yakovlev, A. Shabaev, A. L. Efros, I. A. Yugova, R. Oulton, V. Stavarache, D. Reuter, A. Wieck, und M. Bayer, Science **313**, 341 (2006).
- A. Gupta, und H. Wiggers, Nanotechnology **22**, 055707 (2011).
- S. Gustavsson, R. Leturcq, B. Simovic, R. Schleser, T. Ihn, P. Studerus, K. Ensslin, D. C. Driscoll, und A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **96**, 076605 (2006a).

- S. Gustavsson, R. Leturcq, B. Simovic, R. Schleser, P. Studerus, T. Ihn, K. Ensslin, D. Studerus, D. C. Driscoll, und A. C. Gossard, Phys. Rev. B. **74**, 195305 (2006b).
- L. K. Grover, Phys. Rev. Lett. **79**, 325 (1997).
- R. J. Hamers, R. M. Tromp, und J. M. Demuth, Phys. Rev. Lett. **56**, 1972 (1986).
- R. Hanson, L. P. Kouwenhoven, J. R. Petta, J. M. Elzerman, S. Tarucha, und L. M. K. Vandersypen, Rev. Mod. Phys. **79**, 1217 (2007).
- R. Hanson, und D. D. Awschalom, Nature **453**, 1043 (2008).
- T. Heinzel, *Mesoscopic Electronics in Solid State Nanostructures*, Wiley-VCH (2003).
- R. Heitz, M. Grundmann, N. N. Ledentsov, L. Eeckey, M. Veit, D. Bimberg, V. M. Ustinov, A. Y. Egorov, A. E. Zhukov, P. S. Kopev, und Z. I. Alferov, Appl. Phys. Lett. **68**, 361 (1996).
- K. Hennessy, A. Badolato, M. Winger, D. Gerace, M. Atatüre, S. Gulde, S. Fält, E. L. Hu, und A. Imamoglu, Nature **445**, 896 (2007).
- N. Horiguchi, T. Futatsugi, Y. Nakata, und N. Yokoyama, Appl. Phys. Lett. **70**, 2294 (1997).
- A. A. Istratov, und O. F. Vyvenko, Rev. Sci. Instrum. **70**, 1233 (1999).
- M. Jung, K. Hirakawa, Y. Kawaguchi, S. Komiyama, S. Ishida, und Y. Arakawa, Appl. Phys. Lett. **86**, 033106 (2005).
- M. Kastner, Physics Today, 46, 24 (1993).
- T. Kawazu, und H. Sakaki, Appl. Phys. Lett. **93**, 132116 (2008).
- A. V. Khaetskii, und Y. V. Nazarov, Phys. Rev. B **64**, 125316 (2001).
- G. H. Kim, J. T. Nicholld, S. I. Khondaker, I. Farrer, und D. A. Ritchie, Phys. Rev. B **61**, 10910 (2000).
- N. Kirstaedter, N. N. Ledentsov, M. Grundmann, D. Bimberg, S. S. Ruvimov, M. V. Maksimov, P. S. Kopev, Z. I. Alferov, U. Richter, P. Werner, U. Gösele, und J. Heydenreich, Electron. Lett. **30**, 1416 (1994).
- K. von Klitzing, G. Dorba, und M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
- T. Köppen, D. Franz, A. Schramm, C. Heyn, D. Heitmann, und T. Kipp, Phys. Rev. Lett. **103**, 037402 (2009).
- T. Köppen, D. Franz, A. Schramm, C. Heyn, J. Gutjahr, D. Pfannkuche, D. Heitmann, und T. Kipp, Phys. Rev. B **83**, 165307 (2011).

- K. Koike, T. Sasa, M. Inoue, und M. Yano, J. Vac. Sci. Technol. B. **21**, 710 (2003).
- F. H. L. Koppens, C. Buizert, K. J. Tielrooij, I. T. Vink, K. C. Nowack, T. Meunier, L. P. Kouwenhoven, und L. M. K. Vandersypen, Nature **442**, 766 (2006).
- M. Kroutvar, Y. Ducommun, D. Heiss, M. Bichler, D. Schuh, G. Abstreiter, und J. J. Finley, Nature **432**, 81 (2004).
- T. Ladd, F. Jelezko, R. Laflamme, Y. Nakamura, C. Monroe, und J. L. O' Brien, Nature **464**, 45 (2010).
- W. Lei, C. Notthoff, J. Peng, D. Reuter, A. Wieck, G. Bester, und A. Lorke, Phys. Rev. Lett. **105**, 176804 (2010).
- D. Leonard, M. Krishnamurthy, C. M. Reaves, S. P. Denbaars, und P. M. Petroff, Appl. Phys. Lett. **63**, 3203 (1993).
- A. Lorke, J. P. Kotthaus, und K. Ploog, Phys. Rev. Lett. **64**, 2559 (1990).
- A. Lorke, *Habilitationsschrift*, Ludwig-Maximilians Universität München (1999).
- D. Loss, und D. P. DiVincenzo, Phys. Rev. A **57**, 120 (1998).
- R. J. Luyken, A. Lorke, G. Medeiros-Ribeiro, und P. M. Pedroff, Mater. Sci. Technol. **18**, 725 (2002).
- R. J. Luyken, A. Lorke, A. O. Govorov, J. P. Kotthaus, G. Medeiros-Ribeiro, und P. M. Pedroff, Appl. Phys. Lett. **74**, 2486 (1999).
- S. Luryi, Appl. Phys. Lett. **52**, 501 (1987).
- A. Marent, M. Geller, D. Bimberg, A. P. Vasiev, E. S. Semenova, A. E. Zhukov, und V. M. Ustinov, Appl. Phys. Lett. **89**, 072103 (2006).
- A. Marent, M. Geller, A. Schliwa, D. Feise, K. Pötschke, D. Bimberg, N. Akcay, und N. Öncan, Appl. Phys. Lett. **91**, 242109 (2007).
- A. Marent, T. Nowozin, J. Gelze, F. Luckert, und D. Bimberg, Appl. Phys. Lett. **95**, 242114 (2009).
- A. Marent, T. Nowozin, M. Geller, und D. Bimberg, Semicond. Sci. Technol. **26**, 014026 (2011).
- A. Marent, und T. Nowozin, unveröffentlicht (2011b).
- B. Marquardt, *Diplomarbeit*, Universität Duisburg-Essen (2006).

- B. Marquardt, M. Russ, A. Lorke, C. Meier, D. Reuter, und A. D. Wieck, *Physica E* **40**, 2075 (2008).
- B. Marquardt, M. Geller, A. Lorke, D. Reuter, und A. D. Wieck, *Appl. Phys. Lett.* **95**, 022113 (2009).
- B. Marquardt, H. Moujib, A. Lorke, D. Reuter, A. D. Wieck, und M. Geller, *Buch: Quantum Communication and Quantum Networking* **36**, 180 (2010a).
- B. Marquardt, M. Geller, D. Reuter, A. D. Wieck, und A. Lorke, *Physica E* **42**, 2598 (2010b).
- B. Marquardt, M. Geller, B. Baxevanis, D. Pfannkuche, D. Reuter, A. D. Wieck, und A. Lorke, *Nat. Commun.* **2**, 209 (2011a).
- B. Marquardt, A. Beckel, A. Lorke, D. Reuter, A. D. Wieck, und M. Geller, unveröffentlicht (2011b).
- B. Marquardt, M. Geller, B. Baxevanis, D. Pfannkuche, D. Reuter, A. D. Wieck, und A. Lorke, *AIP Proc.* akzeptiert (2011c).
- T. Maltezopoulos, A. Bolz, C. Meyer, C. Heyn, W. Hansen, M. Morgenstern, und R. Wiesendanger, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 196804 (2003).
- M. Mehta, D. Reuter, A. D. Wieck, S. Michaelis de Vasconcellos, A. Zrenner, und C. Meier, *Appl. Phys. Lett.* **97**, 143101 (2010).
- C. Meier, A. Gondorf, S. Lüttjohann, A. Lorke, und H. Wiggers, *J. Appl. Phys.* **101**, 103112 (2007).
- U. Merkt, C. Sikorski, und J. Alsmeier, *Spectroscopy of Semiconductor Microstructures*, Plenum Press (1989).
- T. Meunier, I. T. Vink, L. H. W.. van Beveren, K. J. Tielrooij, R. Hanson, F. H. L. Koppens, H. P. Tranitz, W. Wegscheider, L. P. Kouwenhoven, und L. M. K. Vandersypen, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 126601 (2007).
- S. Michaelis de Vasconcellos, S. Gordon, M. Bichler, T. Meier, und A. Zrenner, *Nature Photonics* **4**, 545 (2010).
- B. T. Miller, W. Hansen, S. Manus, R. J. Luyken, A. Lorke, und J. P. Kotthaus, *Phys. Rev. B* **56**, 11 (1997).
- T. Müller, F. F. Schrey, G. Strasser, und K. Unterrainer, *Appl. Phys. Lett.* **83**, 3572 (2003).
- C. R. Müller, L. Worschech, J. Heinrich, S. Höfling, und A. Forchel, *Appl. Phys. Lett.* **93**, 063502 (2008).

- D. Nataraj, N. Ooike, J. Motohisa, und T. Fukui, Appl. Phys. Lett. **87**, 193103 (2005).
- Isaak Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, (1687).
- K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S. V. Dubonos, I. V. Grigorieva, und A. A. Firsov, Science **306**, 666 (2004).
- T. Nowozin, A. Marent, M. Geller, D. Bimberg, N. Akcay, und N. Oncan, Appl. Phys. Lett. **94**, 042108 (2009).
- T. Nowozin, A. Marent, D. Bimberg, A. Beckel, B. Marquardt, A. Lorke, und M. Geller, Phys. Rev. B, akzeptiert, (2011).
- P. Pavan, R. Bez, P. Olivio, und E. Zanoni, Proc. IEEE **85**, 1248 (1997).
- J. R. Petta, A. C. Johnson, J. M. Taylor, E. A. Laird, A. Yacoby, M. D. Lukin, C. M. Marcus, M. P. Hanson, und A. C. Gossard, Science **309**, 2180 (2005).
- Marx Planck, Ann. d. Phys. **1**, 719 (1900).
- D. Pfannkuche, V. Gudmundsson, und P. A. Maksym, Phys. Rev. B **47**, 2244 (1993).
- C. Rauch, G. Strasser, K. Unterrainer, E. Gornik, und B. Brill, Appl. Phys. Lett. **70**, 649 (1997).
- S. Reimann, und M. Manninen, Rev. Mod. Phys. **74**, 1283 (2002).
- E. Ribeiro, E. Müller, T. Heinzl, H. Auderset, K. Ensslin, G. Medeiros-Ribeiro, und P. M. Petroff, Phys. Rev. B **58**, 1506 (1998).
- M. Russ, A. Lorke, D. Reuter, und P. Schafmeister, Physica E **22**, 506 (2004).
- M. Russ, C. Meier, A. Lorke, D. Reuter, und A. D. Wieck, Phys. Rev. B **73**, 115334 (2006a).
- M. Russ, C. Meier, B. Marquardt, A. Lorke, D. Reuter, und A. D. Wieck, Phase Transitions **79**, 765 (2006b).
- M. Russ, *Dissertation*, Universität Duisburg-Essen (2006c).
- H. Sakaki, G. Yusa, T. Someya, Y. Ohno, T. Noda, H. Akiyama, Y. Kadoya, und H. Noge, Appl. Phys. Lett. **67**, 3444 (1995).
- C. L. Salter, R. M. Stevenson, I. Farrer, C.A. Nicoll, D. A. Ritchie, und A. J. Shields, Nature **465**, 594 (2010).
- A. J. Shields, M. P. O'Sullivan, I. Farrer, D. A. Ritchie, K. Cooper, C. L. Foden, und M. Pepper, Appl. Phys. Lett. **74**, 735 (1999).

- P. W. Shor, Proc. 35th Annu. Symp. on the Foundations of Computer Science, (1994).
- F. Stern, und W. E. Howard, Phys. Rev. **163**, 816 (1967).
- L. N. Stranski, und L. van Krastanov, Akad. Wiss. Lit. Mainz Math.-Nat. Kl. IIb **146**, 797 (1939).
- S. M. Sze, *Physics of Semiconductor Devices*, John Wiley & Sons (2007).
- S. Tarucha, D. G. Austing, T. Honda, R. J. van der Hage, und L. P. Kouwenhoven, Phys. Rev. Lett **77**, 3613 (1996).
- J. Tersoff, und D. R. Hamann, Phys. Rev. B **31**, 805 (1985).
- D. C. Tsui, H. L. Stormer, und A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett **48**, 1559 (1982).
- A. N. Vamivakas, C. Y. Lu, C. Matthiesen, Y. Zhao, S. Fält, A. Badolato, und M. Atatüre, Nature **467**, 297 (2010).
- L. M. K. Vandersypen, M. Steffen, G. Breyta, C. S. Yannoni, M. H. Sherwood, und I. L. Chuang, Nature **414**, 883 (2001).
- L. M. K. Vandersypen, J. M. Elzerman, R. N. Schouten, L. H. Willems van Beveren, R. Hanson, und L. P. Kouwenhoven, Appl. Phys. Lett. **85**, 4394 (2004).
- E. E. Vdovin, A. Patane, L. Eaves, P. C. Main, Y. N. Khanin, Y.V. Dubrovskii, M. Henini, und G. Hill, Science **290**, 122 (2000).
- M. Volmer, und A. Weber, Z. Phys. Chem. **119**, 277 (1926).
- I. Vurgaftman, J. R. Meyer, und L. R. Ram-Mohan, J. Appl. Phys. **89**, 5815 (2001).
- R. J. Warburton, B. T. Miller, C. S. Dürr, C. Bodefeld, K. Karrai, J. P. Kotthaus, G. Medeiros Ribeiro, P. M. Petroff, und S. Huant, Phys. Rev. B **58**, 16221 (1998).
- R. J. Warburton, C. Schäfflein, D. Haft, F. Bickel, A. Lorke, K. Karrai, J. M. Garcia, W. Schoenfeld, und P. M. Petroff, Nature **405**, 926 (2000).
- B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel, und C. T. Foxon, Phys. Rev. Lett **60**, 848 (1988).
- O. Wibbelhoff, A. Lorke, D. Reuter, und A. W. Wieck, Appl. Phys. Lett. **86**, 092104 (2005).
- O. Wibbelhoff, *Dissertation*, Universität Duisburg-Essen (2006).
- W. G. van der Wiel, S. De Franceschi, J. M. Elzerman, T. Fujisawa, S. Tarucha, und L. P. Kouwenhoven, Rev. Mod. Phys. **75**, 1 (2003).

- L. M. Woods, T. L. Reinecke, und Y. Lyanda-Geller, Phys. Rev. B **66**, 161318 (2002).
- D. Yoshioka, *The Quantum Hall effect*, Springer (1998).
- Z. Yuan, B. E. Kardynal, R. M. Stevenson, A. J. Shields, C. J. Lobo, K. Cooper, N. S. Beattie, D. A. Ritchie, und M. Pepper, Science **295**, 102 (2002).
- G. Yusa, und H. Sakaki, Appl. Phys. Lett. **70**, 345 (1997).
- A. A. Zhukov, C. Weichsel, S. Beyer, S. Schnüll, C. Heyn, und W. Hansen, Phys. Rev. B. **67**, 125310 (2003).
- E. A. Zibik, T. Grange, B. A. Carpenter, N. E. Porter, R. Ferreira, G. Bastard, D. Stehr, S. Winnerl, M. Helm, H. Y. Liu, M. S. Skolnick, und L. R. Wilson, Nature Materials **8**, 803 (2009).
- A. Zrenner, E. Beham, S. Stuffer, F. Findeis, M. Bichler, und G. Abstreiter, Nature **418**, 612 (2002).

Und zu guter Letzt...

...möchte ich mich bei einer ganzen Reihe von Menschen bedanken, die mich während der gesamten Uni-Zeit unterstützt haben und ohne die es diese Arbeit nicht geben würde:

Zunächst möchte ich mich bei Prof. Dr. Axel Lorke bedanken, der mir die Gelegenheit gab an diesem so spannenden Thema zu arbeiten. Seine Unterstützung mit stets neuen und kreativen Ideen bzw. Anregungen bilden das Fundament dieser Arbeit.

Im gleichen Maße möchte ich mich bei Paul Geller bedanken, der einen großen Anteil am Gelingen dieser Arbeit hat. Seine stete Diskussionsbereitschaft in Kombination mit seiner offenen und freundlichen Art, machten die Zusammenarbeit sehr angenehm.

Weiterhin möchte ich mich bei Andreas Beckel bedanken, der stets mit kritischen Fragen und neuen Ideen das Projekt unterstützte. Ihm wünsche ich viel Erfolg bei der Weiterführung der Experimente.

Prof. Dr. A. Wieck und Dr. D. Reuter waren verantwortlich für das Wachstum der exzellenten Proben; daher ein großes Dankeschön und Glück Auf nach Bochum.

Ein Gruß geht auch in den hohen Norden nach Hamburg. Die gute und unkomplizierte Zusammenarbeit mit Benjamin Baxevanis und Prof. Dr. D. Pfannkuche in theoretischen Fragestellungen war außerordentlich hilfreich.

Ein großer Dank und Gruß geht auch nach Berlin für die angenehme und fruchtbare Kooperation mit der Arbeitsgruppe von Prof. D. Bimberg. Hier zu erwähnen sind ganz besonders Andreas Marent und Tobias Nowozin.

Bei Prof. Dr. J. Maan und Dr. Zeitler aus Nimwegen, möchte ich mich für die Erlaubnis und Unterstützung bedanken, dass wir ihren Hochfeld-Magneten benutzen durften, auch wenn die dort erzielten Ergebnisse in dieser Arbeit keine Erwähnung finden.

Bei meinen (ehemaligen) Büronachbarn Arkadius Ganczarczyk, Andreas Beckel, Hicham Moujib, Andy Quindeau und Matthias Offer bedanke ich mich sehr herzlich für die vielen spannenden Gespräche und Diskussionen über Physik, aber besonders über die fachfremden Themen, welche das Leben so bietet. Ganz besonders sind hier meine Zebra-Jungs Arkadius Ganczarczyk und Cedrik Meier zu erwähnen, mit denen ich sehr viel Spass in diversen Fussball-Stadien und auf Konferenzen haben durfte.

Auch bleiben mir die vielen anderen netten Kollege aus der AG Lorke bei mir in sehr guter Erinnerung, welche stets für eine nette Atmosphäre sorgten.

Großem Dank bin ich meinen Eltern Margrit und Friedrich verpflichtet, die mich zu jeder Zeit des Uni-Lebens unterstützt haben.

Und zu allerguter Letzt möchte ich mich bei meiner Frau Sandra und meinem Sohn Hendrik für die Geduld und Liebe bedanken.

Danke!
Euer Bastian

Hiermit versichere ich, die vorliegende Arbeit selbstständig und unter ausschließlicher Verwendung der angegebenen Literatur und Hilfsmittel erstellt zu haben. Es wurden alle wörtlich oder inhaltlich übernommenen Stellen als solche gekennzeichnet.

Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt. Mit der vorliegenden Dissertation wird die Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.) angestrebt.

Duisburg, 21. August 2011 _____
Unterschrift